quantil | BOLETÍN DE MATEMÁTICAS APLICADAS A LA INDUSTRIA

Modelos de demanda para la gestión empresarial

Juan David Martin*, Natalia Serna† y Andrés Galeano‡

No. 2
1 Octubre de 2017

Resumen
El presente boletín expone los elementos más relevantes de la incorporación de un modelo de demanda a la gestión empresarial, enfocándose en elementos de gestión del riesgo, fijación de precios y manejo de inventarios.
Particularmente, se ejemplifica a un vendedor con exposición al dólar, cuya demanda - en precios y cantidades - puede verse afectada por el mismo. De esta manera, se observa cómo la inclusión de un modelo de demanda en la gestión del riesgo puede modificar la magnitud y la incertidumbre alrededor de la exposición a variables de riesgo.
Asimismo, se ilustra un mercado en el cual el uso del modelo de demanda genera un beneficio para la empresa, independiente de si los demás competidores lo utilizan o no, aunque naturalmente los beneficios de ser el pionero son mayores que al ser seguidores.
Finalmente, se expone un modelo para el manejo de inventarios, el cual permite conocer el inventario "óptimo" para la utilidad, al tiempo que permite conocer la probabilidad de quedarse en stock-out.
En conjunto, estos elementos exponen la creciente necesidad de incorporar modelos de demanda en la gestión empresarial y los posibles aspectos en los cuales el negocio se vería beneficiado.

Introducción

Uno de los principales retos a la hora de estimar el presupuesto de una firma es la proyección de los ingresos de ésta. Por lo general, dicho presupuesto se genera basado en el objetivo de crecimiento de la empresa y, como práctica general, se consideran algunos cuantos escenarios de estrés. Sin embargo, la realidad resulta muy diferente y el presupuesto muy ocasionalmente refleja la realidad del negocio. En particular, una de las variables con mayor desacierto son los ingresos, la cual puede resumirse en cantidades y precios.

Por otra parte, en la gestión del riesgo, es común intentar medir la exposición de manera directa, enfocándose en aquel aspecto que mantiene una relación estrecha con el factor de riesgo. De esta manera, un importador naturalmente medirá su exposición a la tasa de cambio por la cantidad de moneda extranjera que le paga a su vendedor. Sin embargo, muchas veces se ignoran variables relacionadas de manera indirecta y que - de manera frecuente - pueden tener una importancia similar a la exposición directa.

Generalmente, los efectos indirectos pueden ser a través de impuestos, descuentos y otros factores conocidos por el negocio. Sin embargo, existen variables de mercado cuyo efecto es más complejo y, en ocasiones, incluso ambigüo. En este campo se encuentran los precios y las cantidades, parcialmente controladas por las firmas y, en ocasiones, relacionadas indirectamente con los factores de riesgo. Para el caso del importador, por ejemplo, es usual encontrar que los precios mantienen una relación positiva con la tasa de cambio y que parte del costo ante devaluaciones de la moneda es absorbido por un aumento en los ingresos a través de precios. De esta manera, un estudio de la cuantificación del riesgo debería, al menos, hacer un esfuerzo por medir el efecto de la demanda sobre la exposición al riesgo.

Finalmente, la fijación de precios de una empresa se realiza muchas veces de manera intuitiva, por medio de observación del mercado y de la competencia. En este sentido, incorporar un modelo de demanda a esta actividad permitiría

*M.S. en Economía de la Universidad Icesi. Investigador en Modelos Económicos en Quantil.
†M.S. en Economía de la Universidad Icesi. Investigadora en Modelos Económicos en Quantil.
‡M.S. en Economía de la Universidad de los Andes. Investigador en Matemáticas Financieras en Quantil.

tomar decisiones de manera objetiva e incorporar diferentes factores a dicha decisión. Por ejemplo, podrían estimarse precios óptimos bajo cambios en la tasas de cambio. De manera similar, el conocimiento correcto de la demanda permitiría mejorar el manejo de inventarios, fijando la probabilidad de quedarse sin éste. Usualmente, esta probabilidad es desconocida y el manejo de inventarios se realiza únicamente basado en las ventas esperadas. Así, un modelo de demanda permitiría mejoras observables en el manejo de los inventarios de las firmas.

En el presente boletín, se realza la importancia del componente de demanda no solo para la gestión del riesgo sino también para la operación diaria del negocio. Sobre el segundo aspecto, el boletín expone elementos relevantes para (i) la fijación de precios y (ii) el manejo de inventarios.

Modelo de elección discreta

El modelo de elección discreta utilizado en el presente boletín es el introducido por McFadden. Este modelo ha sido la piedra angular de los más recientes estudios en la literatura económica sobre mercados con productos diferenciados.

En éste, considere un mercado de tamaño M, donde los consumidores deciden comprar entre un conjunto de J productos ofrecidos por F firmas (no comprar ningún producto es también una opción). De esta forma, la utilidad indirecta que percibe el consumidor $i \in 1, \ldots, N$ al adquirir el producto $j \in 1, \ldots, J$ en el mercado t está dada por:

$$u_{ijt} = \alpha_i G(y_i - p_{jt}) + \mathbf{x}_{jt}\boldsymbol{\beta}_i + \xi_{jt} + \epsilon_{ijt}, \tag{1}$$

donde $G(\cdot)$ es una función continua de renta del consumidor y_i menos el gasto que éste incurre luego de comprar el producto a un precio p_{jt} (en adelante llamado la renta disponible). El término $\mathbf{x}_{jt}$ es un vector de características observables del producto j en el mercado t. Por otro lado, ξ_{jt} es una medida agregada de las características no observadas del producto, mientras que ϵ denota un choque idiosincrático específico al consumidor, producto y mercado. Finalmente, α_i y $\boldsymbol{\beta}_i$ son los parámetros asociados a la elasticidad-precio de la demanda y al gusto del consumidor por las características observadas del producto.

Una convención frecuente en estos modelos es asumir que ϵ_{ijt} sigue una distribución valor extremo tipo I (ver Berry (1994), Berry, Levinsohn, y Pakes (1995), y Nevo (2001)). En tal caso, la probabilidad de que el consumidor i compre el producto j converge a una función logística que depende del vector de precios $\mathbf{p}$ y de las características de los productos disponibles en el mercado $\mathbf{x}$:

$$\tilde{s}_{ijt}(\mathbf{p}, \mathbf{x}) = \frac{\exp\{\delta_{jt} + \mu_{ijt}\}}{1 + \sum_{k=1}^{J} \exp\{\delta_{kt} + \mu_{ikt}\}}, \tag{2}$$

donde

$$\delta_{jt} \equiv \mathbf{x}_{jt}\bar{\beta} + \xi_{jt} \tag{3}$$

$$\mu_{ijt} \equiv \alpha_i G(y_{it} - p_{jt}) + \mathbf{x}_{jt}\big(\beta_i - \bar{\beta}\big) \tag{4}$$

De lo anterior, es importante mencionar que, para la opción de no comprar (denotada por $j = 0$), se normaliza $\delta_{0t} = 0$, para todo t.

De acuerdo con lo anterior, la probabilidad agregada de que en el mercado t se consuma el producto j, es decir, la participación de mercado del producto, puede escribirse como:

$$s_{jt}(\mathbf{p}, \mathbf{x}) = \int_{A_j} \tilde{s}_{ijt}(\mathbf{p}, \mathbf{x}) dP(\mu), \tag{5}$$

donde A_j es el espacio de consumidores que elige el producto j y $P(\cdot)$ es la distribución de probabilidad de μ.

Luego, la función de demanda del producto será igual a su participación de mercado multiplicada por el tamaño del mercado potencial (debe recordarse que el tamaño de mercado no es igual al total vendido en el mercado):

$$Q_t(\mathbf{p}, \mathbf{x}) = M_t \times s_{jt}(\mathbf{p}, \mathbf{x}) \tag{6}$$

El modelo puede ser estimado siguiendo la metodología propuesta por Berry et al. (1995)

Gestión de riesgo financiero

En la gestión del riesgo financiero, el primer objetivo consiste en determinar la variable o conjunto de variables de resultado, conocido como el portafolio. En segundo lugar, se deben identificar los factores de mercado que potencialmente afectan este portafolio. Una vez se han determinado ambos componentes, el gestor del riesgo debe hacer un esfuerzo por cuantificar la exposición a dichos factores y mapear los posibles resultados de la empresa dadas ciertas distribuciones de estas variables de riesgo. Para esta segunda parte, resulta necesaria la construcción de un modelo de demanda, ya que, como se observará más adelante, una de las mayores fuente de incertidumbre se produce en en el rubro de ingresos.

Antes de iniciar la gestión del riesgo, la firma debe comprender que su exposición (I) no es un valor único, (II) depende de factores de mercado y (III) es cambiante en el tiempo. Por ejemplo, un palmicultor deberá tener en cuenta que el precio al que vende depende de 5 factores de riesgo - debido a la fórmula de precio desarrollada por FedePalma - y que la exposición a cada factor depende del nivel en el que se encuentren los otros, lo que es cambiante en el tiempo. De manera similar, un importador debe tener en cuenta la tasa de cambio como variable relevante, pues usualmente los precios guardan una correlación positiva con la tasa de cambio.

Aunque la incertidumbre en el valor de los ingresos se mantiene en un modelo de demanda, ésta es considerablemente inferior a la omisión de dicho modelo, por lo la utilización del modelo de demanda descrito en (6) es altamente recomendable. En particular, la estimación de precios y cantidades puede estar condicionada tanto al conjunto de productos ofrecidos como a las características generales del mercado a través del vector $\mathbf{x}$. Estas variables pueden incluir, por ejemplo, tasa de cambio, nivel de actividad económica y estacionalidades mensuales o trimestrales.

A continuación, se ilustra un ejemplo hipotético en el cual se pretende cuantificar el riesgo asociado a los ingresos, en pesos colombianos (COP), de una firma. Para este ejemplo, se asume que el 100 % de los ingresos provienen de las ventas y que el 30 % de los productos son vendidos en dólares americanos (USD). Adicionalmente, se asume que los precios de mercado son conocidos y se mantienen fijos, es decir, la incertidumbre sobre el valor de las ventas proviene solamente de Q. Así, la única variación del valor de las ventas por cambios en el precio está asociada a la porción de ventas en USD, vía tasa de cambio.

Para comparar resultados, se realiza el ejercicio de medición de riesgo para dos casos: i) ignorando el efecto de la tasa de cambio sobre las cantidades y ii) empleando el modelo descrito en la sección anterior para incorporar la incertidumbre sobre la demanda. En ambos casos, se identifica a la TRM como el principal factor de riesgo.

Entonces, se estima una distribución condicional del respectivo proceso estocástico de la TRM. Por ejemplo, se puede modelar la TRM como un proceso ARIMA$(2, 1, 3)$:

$$\Delta \mathrm{TRM}_t = \sum_{p=1}^{2} \phi_p \Delta \mathrm{TRM}_{t-p} + \sum_{q=1}^{3} \theta_q \epsilon_{t-q} + \epsilon_t, \tag{7}$$

donde Δ denota el operador de primeras diferencias y ϵ_t es ruido blanco.

Luego, a partir del proceso estimado se simulan $N = 1000$ posibles realizaciones de esta variable para el siguiente periodo:

$$\left\{ \mathrm{TRM}_{t+1}^{(n)} \right\}_{n=1}^{N},$$

donde cada $\mathrm{TRM}_{t+1}^{(n)}$ es empleada como insumo para generar un posible escenario del valor en COP de la cuenta de ingresos en $t + 1$,

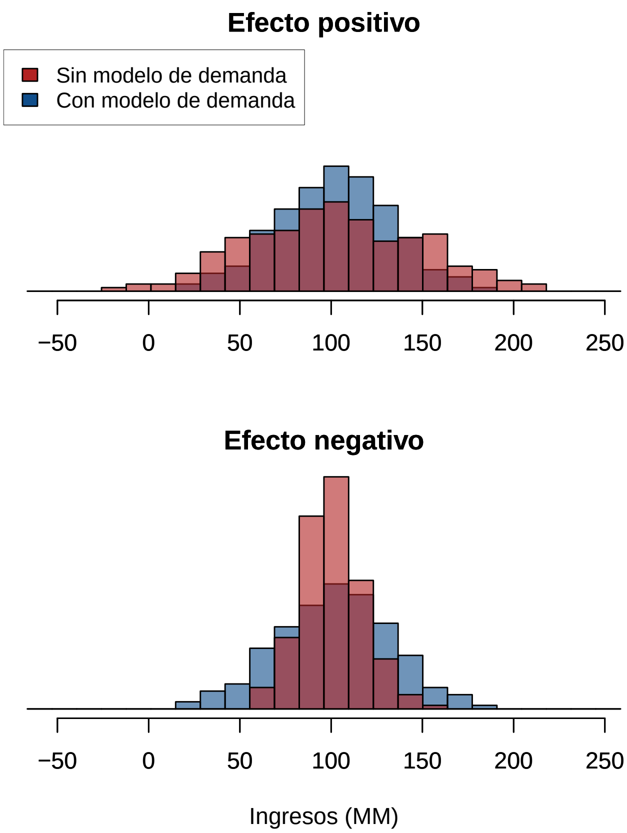
$$\mathrm{Ingresos}_{t+1}^{(n)} = f\left(\mathrm{TRM}_{t+1}^{(n)} \right). \tag{8}$$

Dependiendo del caso, f toma una forma diferente. En el caso (i), sólo afecta los ingresos a través del precio de las ventas en USD, mientras el volumen permanece constante igual a un valor fijo de presupuesto $Q_{t+1} = \bar{Q}$. Por otro lado, para el caso (ii), cada simulación de la tasa de cambio afecta tanto el precio en COP de las ventas realizadas en USD, como las cantidades que se esperan vender a través del modelo de demanda estimado:

$$Q_{t+1}^{(n)} = Q(\cdot, \mathrm{TRM}_{t+1}^{(n)}; \hat{\alpha}_i, \hat{\boldsymbol{\beta}}_i). \tag{9}$$

Por último, los ingresos son calculados igual que en el caso (i) pero empleando las cantidades según la ecuación anterior.

Figura 1. Distribución esperada de exposición en ingresos a dólar



Como se mencionó anteriormente, ignorar el efecto de los factores de riesgo sobre las ventas esperadas puede implicar sesgos en la cuantificación del riesgo financiero asociado a flujos como los ingresos. Este sesgo puede ser positivo o negativo, dependiendo de la dirección en que el factor de riesgo subyacente afecte a cada una de las variables que define el flujo. Para este ejemplo, en particular, es evidente que el efecto sobre precios es positivo; puesto que incrementos en la tasa de cambio COP/USD implican mayor valor en las ventas facturadas por la empresa en USD. De esta manera, el riesgo asociado a TRM será más alto si el efecto de incrementos en la TRM sobre las cantidades vendidas es positivo. Por otro lado, si este efecto es negativo, existe una cobertura natural que disminuye el riesgo asociado a TRM.

Esto puede apreciarse en la Figura 1 en la cual se ilustran los dos escenarios. En el panel superior se presenta una comparación entre la distribución de los ingresos para el periodo futuro sin incorporar e incorporando la incertidumbre sobre la demanda (azul y rojo, respectivamente), cuando el efecto de la TRM sobre las cantidades agregadas es positivo. En el panel inferior, se hace lo propio, pero para el escenario en el cual efecto de la TRM sobre las cantidades agregadas es negativo.

Fijación de precios óptimos

Otra de las aplicaciones del modelo de demanda presentado en este documento es la posibilidad de determinar una política de precios óptimos. En esta sección, se presentan las condiciones necesarias que definen el conjunto de precios que permiten a la firma maximizar su nivel de utilidad bruta para unas condiciones de mercado dadas.

Las condiciones de precios óptimos se derivan del modelo de oferta asociado. El modelo presentado por Nevo (2001), en particular, es uno de los más empleados en la literatura económica debido a su flexibilidad a la hora de definir la estructura de mercado.

De nuevo, en línea con los supuestos del modelo de demanda, se asume que existen F firmas ofreciendo J productos diferenciados en un mercado donde las preferencias de los consumidores están representadas por la función de demanda definida por (6). Entonces, asumiendo retornos constantes a escala, el vector de precios óptimos, $\mathbf{p}^*$, se puede calcular de acuerdo con la siguiente condición de equilibrio:

$$\mathbf{p}^* = \mathbf{c} + \Omega^{-1}\mathbf{s}(\mathbf{p}^*, \mathbf{x}), \tag{10}$$

donde $\mathbf{c}$ es un vector cuyos elementos corresponden a los costos variables de cada producto, $\mathbf{s}(\cdot)$ es el vector de participaciones de mercado que predice el modelo de demanda y Ω es una matriz conformada por las sensibilidades de la demanda a cambios en el vector de precios.

Es importante notar que, dados un vector de costos conocido, este modelo de oferta depende únicamente de los parámetros de demanda. En caso contrario, tanto oferta y demanda pueden estimarse conjuntamente para inferir costos variables de todas las firmas en el mercado.

Una de las particularidades de este modelo de oferta es que permite trabajar con diferentes estructuras de mercado. Esto se hace particularmente a través de la definición de Ω (ver Nevo (2001)). Por ejemplo, en un mercado conformado por un monopolista (o un cartel), cada elemento de esta matriz será igual al negativo de la derivada de las participaciones de mercado de cada producto con respecto a los precios propios y de otros productos:

$$\Omega_{jk} = -\frac{\partial s_j(\mathbf{p}, \mathbf{x})}{\partial p_k}. \tag{11}$$

Si en cambio se trata de un mercado competitivo, donde cada firma ofrece un único producto, Ω será igual a una matriz cuyos elementos sobre la diagonal son iguales al negativo de las derivadas de cada producto con respecto a su propio precio, y ceros por fuera de la diagonal. En lenguaje formal, esto es:

$$\Omega_{jk} = \begin{cases} -\frac{\partial s_j(\mathbf{p}, \mathbf{x})}{\partial p_k}, & \text{si } j = k \\ 0, & \text{caso contrario} \end{cases} \tag{12}$$

Un tercer caso, mucho más realista, es el de firmas multiproducto, en el cual Ω es igual al negativo de la derivada de la demanda con respecto al precio de cada producto ofrecido por la misma firma. Formalmente, si $\mathcal{J}_f$ es el conjunto de productos que ofrece la firma f, cada elemento de esta matrix puede definirse como:

$$\Omega_{jk} = \begin{cases} -\frac{\partial s_j(\mathbf{p}, \mathbf{x})}{\partial p_k}, & \text{si } j, k \in \mathcal{J}_f \\ 0, & \text{caso contrario} \end{cases} \tag{13}$$

Adicionalmente, este modelo es flexible en el sentido que permite calcular precios óptimos o realizar predicciones sobre el equilibrio del mercado bajo diferentes escenarios hipotéticos. Por ejemplo, si se cree que alguna de las firmas fija precios con un margen fijo o sus precios son conocidos de antemano. Entonces, la ecuación (10) puede ajustarse en función de cualquiera de estas dos hipótesis.

A continuación, se ilustra un ejemplo hipotético en el cual 3 firmas multiproducto compiten en un mercado donde se ofrecen 6 productos diferenciados. La firma A ofrece los productos 1 a 3, la firma B ofrece los productos 4 y 5, mientras que la firma C solo ofrece el producto 6. Se asume que los costos son conocidos y que las utilidades brutas corresponden únicamente a lo devengado por la venta de los bienes producidos. Entonces, el ejercicio consiste en calcular la política de precios óptimos de la firma A bajo dos escenarios hipotéticos: *i*) A fija precios óptimos mientras que B y C no cambian sus precios con respecto a un escenario base; *ii*) A fija precios óptimos anticipando que B y C reaccionarán fijando sus precios de forma óptima también.

En el Cuadro 1 se muestran los precios de presupuesto (base), óptimos bajo el escenario 1 y óptimos bajo el escenario 2, así como las utilidades brutas generadas por cada firma bajo cada escenario.

Cuadro 1. Precios y beneficios óptimos de la firma A

Firma	Producto	Escenario		
		Base	1	2
Precios (miles de COP)				
A	1	11.00	12.20	11.80
	2	8.60	8.10	7.40
	3	4.50	3.50	3.80
B	4	7.90	7.90	7.25
	5	5.10	5.10	4.55
C	6	2.90	2.90	1.50
Utilidades brutas (millones de COP)				
A		16,630	20,560	18,760
B		2,381	1,850	2,130
C		540	310	610

Como se puede observar, la política de precio óptima no es trivial. Incluso para una misma firma los precios de los productos no cambian en la misma dirección con respecto al escenario base. Tanto la dirección del cambio como la magnitud dependen del valor que toman de las elasticidades-precio de la demanda de cada producto. De acuerdo con la teoría económica, si la elasticidad está entre 0 y 1, la decisión óptima de la firma debe ser subir precios, mientras que si la elasticidad es mayor que 1, lo conveniente es bajar precios.

También se puede observar que a la firma A le va mejor si sus competidores no reaccionan a su decisión de cambiar precios con respecto al escenario base.

Optimización de inventarios

Desde tiempo atrás la optimización de inventarios ha sido un área de interés para empresarios y académicos Arrow, Harris, y Marschak (1951). En ese espíritu se han definido diferentes modelos que incorporan diferentes supuestos. La mayoría de estos pueden separarse entre aquellos que asumen un volumen de ventas conocido (presupuesto) y otros que reconocen la incertidumbre respecto a la demanda del producto acabado e incorporan el riesgo de desabastecimiento y de sobrepedido. Luego, en cada grupo se añaden otro tipo de supuestos como el tipo de proceso que sigue la cadena de producción.

A continuación se presenta el modelo propuesto por Hiller y Lieberman (2015). Este, en particular, asume demanda estocástica (o desconocida), proceso de producción independiente y con revisión periódica. A partir de este modelo, se deriva una política de inventarios cuyo objetivo es maximizar la rentabilidad por producto de la empresa.

Para esto, se define en primer lugar la rentabilidad de la empresa asociada al producto terminado j:

$$\Pi_j = p_j \times \text{mín}\{Q_j, y_j\} - c_j y_j - h \times \text{máx}\{0, y_j - Q_j\}\,, \quad (14)$$

donde y_j es la cantidad de producto existente en stock, p_j es el precio de venta, c_j es el costo de producción de j, h es el costo de sobrepedido y Q_j es la cantidad demandada del producto.

Dadas las características de la función de pagos, es posible reescribir el problema de maximización de rentabilidad de forma equivalente como un problema de minimización de costos:

$$\begin{aligned} C(Q_j, y_j) = c_j y_j + p_j \times \text{máx}\{0, Q_j - y_j\} \\ + h \times \text{máx}\{0, y_j - Q_j\}\,. \end{aligned} \quad (15)$$

Luego, asumiendo que Q_j, es una variable aleatoria con función de probabilidad acumulada $\Phi(x) \equiv \Pr(Q_j \leq x)$ y función de densidad $\phi(\cdot)$, es posible expresar el costo esperado asociado a un nivel de producto y_j como:

$$E[C(Q_j, y_j)] = \int_0^\infty C(\omega, y_j)\mathrm{d}\omega. \quad (16)$$

Entonces, el nivel de inventario óptimo, y_j^*, es uno tal que:

$$\Phi(y_j^*) = \frac{p_j - c_j}{p_j + h}. \quad (17)$$

donde la expresión del lado derecho de esta ecuación corresponde a un valor acotado entre cero y uno. Este término puede interpretarse como la probabilidad de que la cantidad demandada este por debajo del nivel optimo de inventarios. En otras palabras, este término representa el nivel de servicio óptimo.

De esta forma, asumiendo que se conoce la forma funcional Φ, así como unos niveles de precio, costo de producción y costo de sobrepedido del producto, es posible inferir el nivel de inventario óptimo, despejando y_j^* de la ecuación (17).

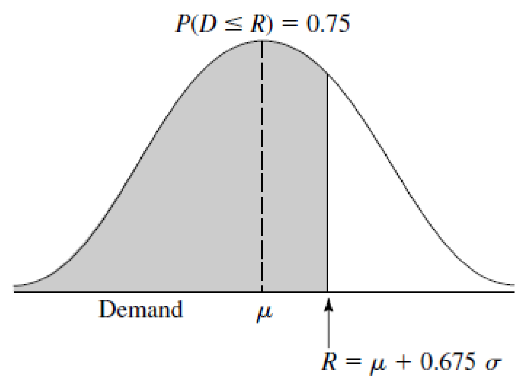


Figura 2. Inventario óptimo cuando la demanda del producto sigue una distribución Normal

La Figura 2 ilustra un ejemplo donde el nivel de servicio óptimo, calculado según la ecuación (17), es igual a 75 % y la cantidad demandada sigue una distribución Normal con media μ y desviación estándar σ. En este caso, el nivel de inventario óptimo estará dado por el nivel de demanda cuya probabilidad acumulada sea igual a 0.75, es decir, R.

Es importante notar que el principal reto práctico de este modelo es elegir una forma funcional adecuada para Φ. Si bien existe una basta familia de distribuciones genéricas para estos casos (por ejemplo, distribución normal, exponencial, Poisson), lo más razonable es elegir una definición Φ que pueda condicionarse al contexto que se desempeña la empresa. Por tanto, si la empresa se desempeña en un mercado de productos diferenciads, se puede aprovechar la naturaleza econométrica del modelo de demanda que se presenta en este documento. En otras palabras, se puede inferir la forma funcional de Φ a partir de la ecuación (6), para un conjunto de parámetros estimados dado.

Comentarios finales

La demanda, en precios y cantidades, es uno de los factores de mayor incertidumbre en un negocio. Es un aspecto cambiante, que requiere de mucha atención en el día de a día de los negocios. A pesar de ésto (o en consecuencia), el estudio de la demanda provee herramientas de alto impacto en el desempeño del mismo, comprendidas en tres aspectos en el presente boletín: (i) gestión del riesgo, (ii) fijación de precios y (iii) manejo de inventarios.

En cuanto a la gestión del riesgo, la omisión del modelo de demanda lleva a una incorrecta estimación del riesgo agregado y de la exposición individual a factores de mercado. De esta manera, es de esperar que los factores de riesgo reduzcan o aumenten la exposición de dichos factores, como se observó en el ejemplo de dicha sección. Más aún, el modelo de demanda podría reflejar una incertidumbre mucho más certera acerca de la exposición a factores de riesgo - por ejemplo, un importador con incertidumbre en ventas tienen mayor incertidumbre sobre sus compras que uno sin.

En fijación de precios, se observa que una empresa sin modelo de demanda se encuentra en un escenario subóptimo, independiente de si sus competidores lo tienen o no. En caso de ser el único con modelo de demanda, las ventajas se exacerban, pero incluso si todos los competidores lo tienen, el beneficio sobre la utilidad es significativo (ver cuadro 1).

Por último, se observa que el manejo de inventarios presenta mejoras considerables al utilizar un modelo de demanda, particularmente sobre el conocimiento de las probabilidades de stock-out. Dicho conocimiento debe ir acompañado de un modelo de cuantifique los costos del stock-out, adicionales a los mencionados en la ecuación 14, como la pérdida de clientes futuros.

En conclusión, la utilización de un modelo de demanda no solo es favorable para el desempeño del negocio, sino necesaria para la gestión del riesgo empresarial, por lo que su uso en las empresas es cada vez más inminente.

Referencias

Arrow, K., Harris, T., y Marschak, J. (1951). Optimal inventory policy. *Econometrica*, *19*, 250-272.

Berry, S. (1994). Estimating discrete-choice models of product differentiation. *The RAND Journal of Economics*, *25*, 244-262.

Berry, S., Levinsohn, J., y Pakes, A. (1995). Automobile prices in market equilibrium. *Econometrica*, *63*, 841-890.

Hiller, F., y Lieberman, G. (2015). *Introduction to operations research* (Vol. 7). McGraw-Hill.

Nevo, A. (2001). Measuring market power in the ready-to-eat cereal industry. *Econometrica*, *69*, 307-342.