

## Modelo para la Gestión de Deuda de Mediano Plazo

Alejandro Andrade\*, Diego Jara†

### Introducción

Para apoyar la actividad de emisión de deuda de la Nación, la Subdirección de Riesgos (SR) del Ministerio de Hacienda y Crédito Público (MHCP) periódicamente analiza el entorno local y extranjero, con el objeto de determinar la estrategia óptima de emisión: se busca la partición ideal de la composición de la deuda, en términos de plazo, moneda y tipo de tasa. Esta tarea exige múltiples análisis, y un cuidadoso concatenamiento de estas etapas para poder llegar a una respuesta final. Con el objeto de actualizar la estrategia de gestión de deuda de mediano plazo diseñada en el 2013, el MHCP adelantó el desarrollo de un modelo de optimización para minimizar el costo y el riesgo del valor presente del servicio de deuda. El análisis unió esfuerzos multi-institucionales donde colaboraron la SR del MHCP y un equipo de funcionarios de Quantil, aprovechando el soporte asesor de funcionarios del Banco Mundial.

El modelo consiste en dos módulos: el primero adelanta la identificación y modelación de los factores de riesgo relevantes y el segundo determina la composición de óptima de la deuda (en términos de monedas y plazos). La metodología usada parte de simulaciones conjuntas de los factores de riesgo (es decir, que respeten las correlaciones de las variables de mercado que afectan el cálculo del servicio de deuda de la Nación) para plantear un universo de escenarios futuros posibles del servicio de la deuda, a partir de lo cual se puede cuantificar el costo medio y el riesgo de este costo, lo cual abre la puerta para la optimización deseada. Este es el insumo principal del modelo de optimización. El trabajo concluyó con la publicación del libro *Estrategia de Gestión de la Deuda de Mediano Plazo* por parte del MHCP, donde se describe el modelo y se plantea una ruta para la emisión de deuda para el periodo 2018-2023.

\*Investigador de Matemáticas Financieras en Quantil.

†Co-Director General y Director de Matemáticas Financieras en Quantil.

**No. 4**

1 Abril de 2019

### Resumen

Periódicamente el Gobierno actualiza la metodología para determinar la composición óptima de deuda de mediano plazo de la Nación, definiendo como variables de control el plazo, la moneda y el tipo de tasa de interés. El modelo genérico consiste en simular el comportamiento futuro de la deuda de la Nación en función de factores de riesgo, como las curvas cero cupón en distintas monedas, y los ingresos y egresos de la nación, entre otras variables. Con esto se plasman diferentes estrategias de emisión de nueva deuda según las necesidades de financiación de la Nación, respetando las características de colocación de TES planteado por el Ministerio de Hacienda y Crédito Público. La selección del portafolio de emisión óptimo se plantea sobre el espacio media-varianza del costo (en valor presente) del servicio futuro de la deuda. El proceso de optimización se realiza primero con la selección de la combinación sugerida de monedas (COP, UVR, USD y EUR) y tipo de tasa, y segundo con la determinación de la composición óptima por plazos. Al final del horizonte de simulación se cuantifica una frontera de costo y riesgo para cada estrategia de emisión, a partir de la cual se genera una frontera eficiente que refleja el *trade-off* entre costo y riesgo. La estrategia óptima de emisión es aquella que minimiza ambas variables.

*Boletín de Matemáticas Aplicadas a la Industria* es una publicación de Quantil S.A.S. Las opiniones expresadas en los artículos son las de sus autores y no necesariamente reflejan el parecer y la política de la compañía o de su junta directiva.

## Metodología de Simulación

El modelo de gestión de deuda de mediano plazo requiere de múltiples insumos, que se pueden particionar en dos grupos:

- Variables macroeconómicas: ingresos y gastos de la nación, tasas de cambio del peso colombiano con respecto al dólar y la UVR, tasa de cambio EUR/USD, IPC y Brent.
- Curvas cero cupón de los diferentes títulos que emite el país junto con las curvas Libor y Euribor.

Las variables macroeconómicas permiten calcular las necesidades de financiación de la Nación; algunas de las variables, como el Brent, se incluyen para incorporar la correlación entre los ingresos y gastos con factores de mercado. Por otro lado, las curvas se usan para calcular los nuevos cupones de emisión y los intereses de la deuda emitida en tasa variable, y para poder traer los flujos futuros a valor presente.

Ahora, no es conveniente simular conjuntamente las variables por la dimensionalidad del problema: se tienen 66 variables a simular (teniendo en cuenta que son 10 nodos por curva). Por esta razón, se propusieron dos metodologías independientes para cada uno de los grupos.

### Variables Macroeconómicas

Para el análisis de las variables macro se utiliza la técnica de componentes principales para reducir la dimensionalidad y modelos de series de tiempo para simular las variables. Específicamente, la simulación se realiza en tres partes:

1. Reducir el número de variables a simular usando la metodología de análisis de componentes principales (PCA).
2. Simular los componentes resultantes con modelos de series de tiempo GARCH(1,1).
3. Ajustar la media simulada para que ésta coincida con la media proyectada por el área de Política Macroeconómica del MHCP.

Esta metodología permite incluir la volatilidad y correlación de las variables en la simulación para generar eventos futuros consistentes con la realidad. Los resultado del modelo se exhiben en la Figura 1.

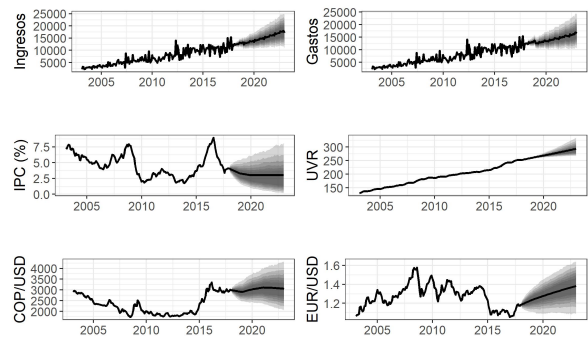
### Curvas Cero Cupón

Las curvas cero cupón a simular representan el costo de endeudamiento del país, y por lo tanto se espera que se muevan correlacionadamente. Por esta razón, se plantea una metodología multivariada para las curvas de los TES COP y la Libor y a partir de éstas se correlacionan las cuatro curvas

restantes para que el conjunto de las seis curvas a simular se “muevan” de forma conjunta. Los pasos para realizar la simulación son:

1. Realizar PCA sobre todas las curvas.
2. Simulación bivariada de los componentes de las curvas TES COP y Libor.
3. Simular los componentes de las curvas UVR, Euribor, USD y EUR a partir de los componentes de las curvas TES COP y Libor simulados.

Figura 1. Simulaciones de las variables macroeconómicas. Fuente: MHCP. Cálculos propios.



Para las seis curvas se extraen los primeros tres componentes porque frecuentemente puede asignarse una explicación de movimientos en paralelo de la curva al primero, al segundo cambios en la pendiente y al tercero cambios de curvatura. La simulación conjunta de las curvas de TES COP y Libor se realiza ajustando un modelo *Ornstein-Uhlenbeck* bivariado a los primeros dos componentes de ambas curvas, mientras que el tercer componente se simula a partir de una distribución normal bivariada. No se realiza simulación entre los componentes cruzados, por ejemplo el primero de la curva de TES COP y el segundo de la Libor, implícitamente suponiendo que los movimientos en paralelo y de pendiente de curvas distintas son independientes. Es decir, si la curva Libor cambia de pendiente se establece que también cambia la pendiente de la curva TES COP y no, en general, el nivel. El modelo *Ornstein-Uhlenbeck* se define como:

$$d\mathbf{X}_t = \Theta(\boldsymbol{\mu} - \mathbf{X}_t)dt + \mathbf{S}d\mathbf{W}_t, \quad (1)$$

donde  $\Theta$  es la matriz diagonal con los coeficientes de reversión a la media,  $\boldsymbol{\mu}$  es el vector de medias de reversión y  $\mathbf{S}$  es una matriz diagonal inferior tal que la matriz de varianza-covarianza cumple  $\boldsymbol{\Sigma} = \mathbf{S}\mathbf{S}$ , generalmente estimada a partir de la descomposición de *Cholesky* de esta matriz. La calibración de  $\Theta$  se realiza a partir de la siguiente regresión lineal:

$$\Delta X_t = -X_t \Delta t + , \quad (2)$$

<sup>3</sup>Esta suposición implícitamente dice que la expectativa de movimiento vía componentes es nula, y por lo tanto que el valor esperado de curvas futuras coincide aproximadamente con la curva actual. Dado que el análisis a realizar es uno de riesgo (que obliga a comparar desviaciones alrededor de una media, más que la media misma), es plausible tomar esta suposición sin pérdida de generalidad.

donde los  $\Delta X_t$  son las diferencias históricas de cada score,  $X_t$  el score y  $\epsilon_t$  son los residuales de la regresión.  $\mu$  se define iguala a cero para cada componente<sup>3</sup> y  $\Sigma$  se calibra a partir de los datos históricos.

Las curvas restantes se simulan a partir de regresiones lineales con respecto a los componentes simulados de las curvas de TES COP y Libor. La Figura 2 exhibe los pasos a realizar para la simulación de cada curva.

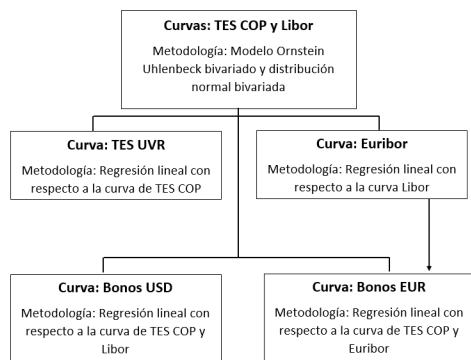


Figura 2. Pasos para la simulación de las curvas.

Específicamente, los primeros tres componentes de la curva de TES UVR y la Euribor se simulan a partir de una regresión lineal con respecto a los componentes de la curva de TES COP y Libor, respectivamente. Por ejemplo, para el componente  $i$  de la curva UVR la regresión lineal es la siguiente:

$$CPI_{iUVR} = CPI_{iCOP} + \epsilon_i \quad (3)$$

donde  $i$  hace referencia al componente a simular y los  $\epsilon_i$  son los residuales que se suponen independientes y que siguen una distribución normal. Para los bonos emitidos en dólar y euro, la metodología es la misma con la adición del componente  $i$  de la curva Libor para la curva USD y de la curva Euribor para la curva EUR.

Se decide no simular las 6 curvas directamente con el modelo *Ornstein-Uhlenbeck* multivariado debido a que ajustarlo de forma adecuada para 18 variable (3 componentes por cada curva) no es tarea sencilla. Además, al simular 5 años, con pasos mensuales, resulta difícil evitar que las curvas tengan valores negativos con alta frecuencia. El supuesto detrás de modelar las cuatro curvas restantes con respecto a la de TES COP y Libor se basa en que éstas dos influyen principalmente en el costo de financiación del país, y las demás curvas se pueden entender como una combinación de éstas más un spread. Por ejemplo, la diferencia entre la curva TES COP y UVR se interpreta como una inflación implícita.

Las curvas resultantes de la simulación para el 2022 se exhiben en la Figura 3. En el 95% de los casos las curvas no presentan valores negativos, con excepción de la Euribor

(que a diciembre de 2017 presentaba tasas negativas hasta el nodo de 3 años).

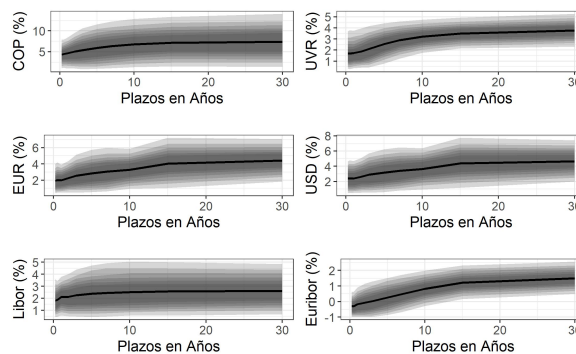


Figura 3. Curvas simuladas en diciembre del 2022. Cálculos propios.

## Metodología de Optimización

El objetivo del modelo de gestión de deuda es diseñar una estrategia idónea de emisión (con respecto a la composición de monedas, plazos y tipos de tasas) que funcione como apoyo al Ministerio de Hacienda en la definición práctica del portafolio de deuda en el mediano plazo. Las estrategias consideran cuatro monedas (COP, UVR, USD y EUR), dos tipos de tasa de interés (fija y variable compuesta por Libor y Euribor) y diferentes plazos de emisión definidos para cada moneda.

La definición de las dimensiones usadas para el análisis de distintas estrategias se basa en el marco conceptual de Markowitz, en donde se simplifica la comparación de dos portafolios considerando solo los primeros dos momentos de su distribución de riesgo (o función de pérdida): costo esperado y riesgo de este costo. Estas variables se definen como:

$$\text{Costo} = E[\text{Intereses} + \text{Amortizaciones}] \quad (4)$$

$$\text{Riesgo} = CVaR_{1-\alpha}[\text{Intereses} + \text{Amortizaciones}], \quad (5)$$

donde  $E[\cdot]$  es el operador de valor esperado (que se aplica a los flujos futuros de la nueva deuda emitida) y  $CVaR_{1-\alpha}[\cdot]$  es el valor en riesgo condicional al nivel de confianza de  $1 - \alpha$ .

Considerando la exigencia computacional del problema, se dividió la optimización en dos etapas secuenciales, primero determinando la composición óptima por moneda y tipo de tasa, usando plazos genéricos, y luego, para cada moneda, determinando la composición óptima de plazos. En cada etapa se muestrearon 500 portafolios posibles, de una distribución uniforme entre los rangos factibles de emisión.<sup>4</sup>

La determinación del portafolio óptimo parte de un umbral de tolerancia para el perfil riesgo-retorno. Específicamente, se definió intolerable tener que asumir un riesgo superior al

<sup>4</sup>Los rangos son definidos por el MHCP y reflejan el “apetito” del mercado por deuda emitida en las diferentes monedas y plazos

beneficio percibido en el costo esperado, con lo cual se podría determinar el portafolio en la frontera eficiente con menor costo esperado que no violara esta tolerancia, al compararlo con los demás portafolios en la frontera eficiente.

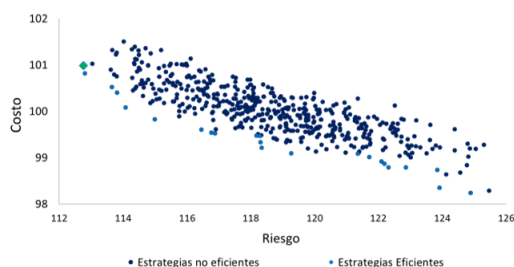
## Resultado del Modelo

Al implementar la optimización en dos etapas en donde se evalúan 500 estrategias diferentes en cada una, se obtuvo una composición de la deuda compuestas en un 76.2% en moneda local y en un 23.8% en moneda extranjera. El Cuadro 1 exhibe los resultados de las dos etapas (la columna Total por Moneda exhibe los resultados de la primera etapa y el de la segunda está en la columna Composición).

Moneda	Plazo	Tipo de Tasa	Composición	Total por Moneda
3*COP	5	Fija	23.1 %	3*55.80 %
	10	Fija	14.3 %	
	15	Fija	18.5 %	
4*UVR	5	Fija	8.5 %	4*20.40 %
	10	Fija	2.6 %	
	20	Fija	2.6 %	
	30	Fija	6.8 %	
3*USD	10	Fija	7.9 %	3*18.10 %
	15	Variable	2.2 %	
	30	Fija	8.0 %	
3*EUR	10	Fija	2.2 %	3*5.70 %
	15	Variable	2.0 %	
	30	Fija	1.5 %	

**Cuadro 1.** Proporciones óptimas de emisión resultantes de muestrear 500 puntos para cada fase (monedas y plazos). Cálculo de la Subdirección de Riesgos.

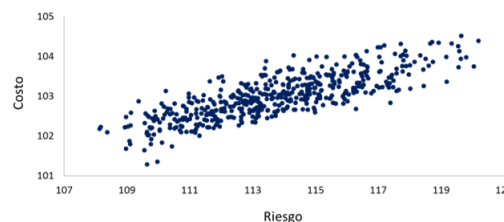
En la Figura 4 se exhibe el mapa de riesgo retorno de los 500 portafolios analizados en la primera etapa. Esta conlleva a un *trade-off* entre el costo y el riesgo; sin embargo, el único portafolio óptimo de acuerdo con la función objetivo en la que se busca maximizar la razón de costo riesgo es el de mínimo riesgo. Esto se da porque el incremento en el riesgo es mayor que la reducción en el costo para los demás portafolios.



**Figura 4.** Frontera Costo - Riesgo resultante de la primera etapa del modelo de emisión nueva. Cálculo de la Subdirección de Riesgos.

La Figura 5 exhibe la frontera resultante de la segunda etapa.

Es evidente que ésta presenta una tendencia de pendiente positiva: en efecto, solo hay cuatro portafolios “eficientes”.



**Figura 5.** Frontera Costo - Riesgo resultante de la segunda etapa del modelo de emisión nueva. Cálculo de la Subdirección de Riesgos.

Con la estrategia óptima se simula la reemisión de la deuda por los siguientes cinco años para calcular valores futuros de indicadores de relevancia para el Ministerio como el saldo de la deuda, la vida media y el perfil de servicio de deuda.

Los resultados favorecen la emisión en COP, seguido por UVR. De hecho, la emisión sugerida para COP se acerca a la solución de esquina de emitir lo máximo permitido en esa moneda. Este resultado no es sorprendente, considerando que las proyecciones de las variables de mercado, basadas en el análisis del área de Política Macro, presentan una media devaluacionista para COP contra las otras monedas. Dado que la moneda de medición es COP, la emisión en esta moneda genera menos costo y menos riesgo.

## Consideraciones Finales

A lo largo del desarrollo del modelo se emitieron algunas recomendaciones sobre las posibles mejoras para la actualización futura del análisis. Éstas se dividen en cinco módulos: (i) plataforma de análisis (ALM), (ii) modelos de proyección y simulación de variables, (iii) modelo de reemisión de deuda, (iv) definición del costo y riesgo y (v) optimización. Profundizar en todas excede el alcance de este documento, razón por la cual solo se describirá la primera, que es la más relevante.

Actualmente, ante valores presentes similares del pago de intereses y principal, el modelo prefiere aquella alternativa que presente menor riesgo, lo cual está determinado con una denominación benchmark en pesos. Así, muy de forma muy simple, y suponiendo igual valor presente esperado de los pagos futuros, el modelo preferirá deuda en pesos que en una moneda que pueda presentar variaciones de mercado contra el peso.

No obstante, esta visión ignora los ingresos de la nación, específicamente las diferentes monedas que los componen. Parte de los ingresos de la Nación puede ser identificada con una directa relación a la tasa de cambio COP/USD; un ejemplo claro de esto son los dividendos que recibe de Ecopetrol, que crecen con subidas de la tasa de cambio, suponiendo

que todo lo demás permanece constante. El punto a resaltar es que la gestión del déficit fiscal de la Nación se debería realizar teniendo en cuenta la generación de sus ingresos, lo cual es equivalente a que la “moneda” de denominación de la deuda no fuera pesos, sino la “moneda” del ingreso (que en efecto sería una canasta, posiblemente con mayor participación del peso). La recomendación para un futuro es, consecuentemente, implementar una visión de ALM al análisis, midiendo el riesgo del portafolio como la unión de los ingresos y la deuda. Esta línea se puede refinar, por ejemplo para incorporar el precio del petróleo como un determinante de los ingresos, y, por lo tanto, de la composición óptima del pasivo.

Es claro que modelar los ingresos de la nación es un reto no menor y fue uno de los puntos por parte del equipo para mantener la plataforma de análisis. Como alternativa se propone definir un proxy de moneda para los ingresos, que plausiblemente sería una combinación de COP, UVR y USD.

## Referencias

- Ministerio de Hacienda y Crédito Público. *Estrategia de Gestión de la Deuda de Mediano Plazo*. 2018.
- Brian Everitt. *An R and S-PLUS Companion to Multivariate Analysis*. Springer, 2005.
- James E. Gentle. *Matrix Algebra: Theory, Computations and Applications in Statistics*. Springer, 2007.
- Harry Markowitz. Portfolio selection. *The Journal of Finance*, pages 77–91, 1952.
- Attilio Meucci. Review of statistical arbitrage, cointegration, and multivariate ornstein-uhlenbeck. 2010.

### Comité editorial:

Álvaro J. Riascos Villegas  
Co-Director General y Director Modelos Económicos e I&D

Diego Jara Pinzón  
Co-Director General y Director Matemáticas Financieras

Natalia Iregui Parra  
Directora Administrativa

Andrés F. Galeano Zurbaran  
Director Asociado Matemáticas Financieras

Mateo Dulce Rubio  
Director Asociado Minería de Datos

David M. Delgado Ruíz  
Líder de Tecnologías de la Información

Hamadys L. Benavides Gutiérrez  
Investigadora

### Publicado bajo licencia:

