Mercados de Asignación y el Año Rural en Colombia

Sebastian Montaño Correa

Abril, 2014

Diseño de Mercados y Mercados de Asignación

En la actualidad los economistas desempeñan un importante y exitoso rol en el diseño de instituciones:

- Asignación de estudiantes a escuelas públicas (Boston, Nueva York, etc...)
- Asignación de médicos a programas de internado (Estados Unidos, Inglaterra, Japón)
- Creación de redes para la donación y el transplante de órganos (Estados Unidos, Inglaterra, Australia)

La teoría de asignaciones analiza y diseña instituciones *reales*. Se hace énfasis en mercados concretos y en detalles para ofrecer soluciones prácticas (Roth, 2002).

Diseño de Mercados y Mercados de Asignación

Maskin (2007) señala que gran parte del trabajo teórico en economía centra su atención en tratar de comprender o pronosticar los resultados generados por instituciones *existentes*.

El **diseño de mecanismos** invierte la dirección de interés:

1. Se comienza por identificar el resultado deseado o *social goal*.
2. Se pregunta si es posible diseñar una institución (mecanismo) apropiada para alcanzar tal resultado.
3. Finalmente, se quiere saber qué forma puede tomar ese mecanismo.

Mercado Laboral para Médicos Internos en Estados Unidos

- Los médicos en Estados Unidos, luego de terminar su último año en las escuelas de medicina, realizan un año de internado o residencia.
- Entre 1945 y 1951 los hospitales comprometían los médicos mucho antes de su último año. Era una estrategia de competición por "los mejores" médicos. Esto resultaba muy costoso para ambas partes.
- Se organizó un mecanismo centralizado (NIMP o *National Intern Matching Program*) para hacer compatibles los incentivos de los hospitales y los médicos.
- Por 40 años, alrededor del 95 % de los estudiantes y los hospitales participaron de sistema.
- En los años 90s el mercado empezó a sufrir problemas debido a la configuración del mercado y sus incentivos. Se rediseñó el mecanismo de este mercado centralizado (Roth y Peranson, 1999).

Reglas de Mercado

The "rules of the game" influence every aspect of the analysis (Roth y Sotomayor, 1990)

- Las reglas del mercado son:
  - Cualquier médico y cualquier hospital pueden firmar un contrato de trabajo, si ambas partes así lo desean.
  - Cualquier hospital puede mantener uno o más puestos de trabajo vacantes, si así lo decide.
  - Cualquier médico puede permanecer no-asignado si lo desea (y buscar empleo más tarde en un mercado secundario).

Modelo simple: mercado de asignaciones uno-a-uno

Propuesto por Gale y Shapley (1962).

- Hay dos conjuntos finitos y disjuntos de agentes. Un conjunto de médicos M y un conjunto de hospitales H.
- $m \in M$ denota un médico, $h \in H$ denota un hospital y $i \in I$ denota un agente. $I \equiv M \cup H$.
- Cada médico puede ser asignado a un hospital y cada hospital puede emplear al menos un médico.
  - Los médicos tienen preferencias estrictas sobre los hospitales y permanecer no asignados (que se denota por $\emptyset$). Los hospitales tienen preferencias estrictas sobre los médicos y permanecer no asignados.
- $h \, P_m \, h'$ significa que el médico m prefiere h a h', de forma estricta.
- $m \, P_h \, m'$ significa que el hospital h prefiere estrictamente m a m'.
- Si $i \, P_j \, \emptyset$, se dice que i es **aceptable** para $j \in I$.

Asignación o *Matching*

Un **mercado** bilateral de asignaciones uno-a-uno es $(M, H, P = (P_i)_{i \in I})$, o (P) para simplificar.

- El resultado de un mercado es una asignación o **matching** que especifica cuáles médicos son asignados a qué hospital.
- Formalmente, una asignación es una función $\boldsymbol{\mu} : M \cup H \to M \cup H \cup \{\emptyset\}$ tal que:
  1. $\mu(m) \in H \cup \{\emptyset\}$ (i.e. un médico es asignado a un hospital o permanece no asignado)
  2. $\mu(h) \in M \cup \{\emptyset\}$ (i.e. un hospital es asignado a un médico o permanece no asignado)
  3. $\mu(m) = h \iff \mu(h) = m$, para cada $m \in M$ y cada $h \in H$ (i.e. la asignación es mutua - "*you are matched with me if and only if I am matched with you*").
- El conjunto de asignaciones es $\mathcal{M}(M, H)$ (o para simplificar $\mathcal{M}$).

Estabilidad

Una propiedad muy importante para una asignación es la **estabilidad** (Gale y Shaple, 1962; Roth, 1984).

- Informalmente, una asignación es estable si no existe un agente o par de agentes que resulten beneficiados al desviarse de (bloquear) la asignación.

Estabilidad

- Un agente $i \in I$ **bloquea** (unilateralmente) una asignación $\boldsymbol{\mu}$ si su pareja asignada $\mu(i)$ no es aceptable, es decir, $\emptyset P_i \mu(i)$.
- Una pareja médico-hospital $\boldsymbol{(m, h)}$ **bloquea** una asignación $\boldsymbol{\mu}$ si

$$h\, P_m\, \mu(m) \text{ y } m\, P_h\, \mu(h).$$

Estabilidad

Una asignación μ es estable si no existe un agente o un par de agentes que bloquee la asignación.

- El conjunto de asignaciones estables es $\mathcal{S}(P) \subseteq \mathcal{M}$.

Existe asignación estable - Aceptación Diferida

Teorema (Gale y Shapley, 1962)

Para todo mercado, $\mathcal{S}(P)$ es no vacío.

Gale y Shapley proponen el **algoritmo de Aceptación Diferida (médicos-proponen)**. Dadas las preferencias de los agentes:

Paso 1: (a) Cada médico "aplica" a su primera opción entre los hospitales aceptables.

(b) Cada hospital admite provisionalmente el médico preferido entre los aplicantes aceptables y rechaza el resto.

Paso $t \geq 2$:

(a) Cada médico rechazado en el paso $(t-1)$ aplica a la siguiente opción aceptable más alta.

(b) Cada hospital considera los nuevos aplicantes aceptables y aquellos admitidos provisionalmente. Admite provisionalmente al preferido y rechaza el resto.

Terminación: Pare si no existen hospitales a los que aplicar.

Ejemplo de Aceptación Diferida

- Sea $M = \{m_1, m_2, m_3\}$, $H = \{h_1, h_2\}$. Las preferencias están dadas por:

$$
\begin{aligned}
P_{m_1} &: h_1, h_2 \\
P_{m_2} &: h_1 \\
P_{m_3} &: h_2, h_1 \\
P_{h_1} &: m_3, m_2, m_1 \\
P_{h_2} &: m_1, m_3
\end{aligned}
$$

- Seguimos los pasos del algoritmo de Aceptación Diferida.
- La asignación que resulta es $\mu = \{(m_1, h_2), (m_2, \emptyset), (m_3, h_1)\}$. Es fácil ver que es estable.

Prueba del Teorema (Existe una asignación estable)

La prueba es simple y elegante.

1. Si μ es la asignación que resulta del algoritmo, no existe ningún individuo que la bloquee unilateralmente. Ningún médico aplica a hospitales no aceptables y ningún hospital admite médicos no aceptables.
2. No existe ninguna pareja médico-hospital que bloqueen μ.
   - Suponga que $h \, P_m \, \mu(m)$ para algún m y h (con m aceptable para h).
   - Esto significa que m aplicó y fue rechazado por h en algún paso del algoritmo.
   - Ya que la asignación tentativa de h solo mejora durante el procedimiento, al finalizar el algoritmo, $\mu(h) \, P_h \, m$.

Otro resultado importante muestra que el conjunto de asignaciones estables $\mathcal{S}(P)$ es igual al núcleo del mercado (Roth y Sotomayor, 1990).

Estabilidad en mercados reales

Estabilidad es una propiedad atractiva desde el punto de vista teórico.
Tiene importancia en el mundo real?

1. Roth (1984) muestra que el NIMP (*National Intern Matching Program*) es equivalente al Algoritmo AD (hospitales-proponen).
2. Roth (1991) estudia la asignación de médicos en Gran Bretaña, donde diferentes regiones usan diferentes mecanismos de asignación. Encuentra que los mecanismos estables son exitosamente usados (y continúan en uso). Los mecanismos inestables dejaron de usarse luego de un periodo corto de tiempo.
3. Para asignar estudiantes a escuelas públicas, estabilidad significa "no envidia justificada": Ningún estudiante es asignado a un colegio menos preferido que otro colegio donde un estudiante con menor prioridad fue asignado. Nueva York y Boston adoptaron recientemente AD para eliminar asignaciones "injustas" (inestables).

Estabilidad en mercados reales

Mercado	Estable	Aún en uso?
NRMP	Sí	Sí
Edinburgh ('69)	Sí	Sí
Cardiff	Sí	Sí
Birmingham	No	No
Edinburgh ('67)	No	No
Newcastle	No	No
Sheffield	No	No
Cambridge	No	Sí
London Hospital	No	Sí
Canadian Lawyers	Sí	Sí
Reform rabbis	Sí	Sí
NYC highschool	Sí	Sí

Asignación óptima para Médicos/Hospitales

Teorema (Gale y Shapley, 1962; Roth y Sotomayor, 1990)

Existe una asignación óptima estable para los médicos, es decir, una asignación estable que cada médico prefiere débilmente a cualquier otra asignación estable. El resultado del algoritmo AD cuando los médicos se proponen es la asignación médico-óptima.

La asignación médico-óptima es la asignación estable menos preferida (débilmente) por los hospitales. Lo mismo ocurre con los médicos cuando se obtiene la asignación hospital-óptima.

- El teorema afirma que diferentes asignaciones estables benefician diferentes agentes. En particular, cada versión del algoritmo AD favorece un lado del mercado a expensas del otro.
- Durante los años 90s, algunos estudiantes de medicina señalaron que el algoritmo NIMP favorecía los hospitales a expensas de los estudiantes (hospitales-proponen). El algoritmo fue reconsiderado.

Prueba del Teorema Asignación M/H-óptima

- Un hospital h es alcanzable para un médico m si existe alguna asignación estable μ tal que $\mu(m) = h$. Es suficiente mostrar que ningún médico es rechazado por un hospital alcanzable en ningún paso del algoritmo AD. Recuerde que cada médico aplica al hospital preferido en cada paso.

  Por contradicción, considere el primer paso en el cual un médico m es rechazado por un hospital h alcanzable. Sea μ una asignación estable donde $\mu(m) = h$. Luego, h admitió un médico m' en este paso, entonces (i) $m' \, P_h \, m$. Ya que este es el primer paso donde un médico es rechazado por un hospital alcanzable, (ii) $h \, P_{m'} \, \mu(m')$. Por (i) y (ii) la pareja (m', h) bloquean μ, contradiciendo la estabilidad de μ.

“Teorema del Hospital Rural”

Teorema (Roth y Sotomayor, 1990)

El conjunto de médicos y hospitales que permanecen no asignados es el mismo para todas las asignaciones estables.

- NIMP: Los hospitales en áreas rurales de Estados Unidos no logran llenar todos sus puestos. ¿Es posible corregir este problema del algoritmo y conservar estabilidad?

Comportamiento estratégico

- En la realidad, las **preferencias** de los agentes es **información privada**.
- Es importante saber si los agentes tienen incentivos a decir la verdad en este tipo de mercados centralizados.
- Un **mecanismo** φ es una regla que para cada mercado genera una asignación. Formalmente, $\varphi : P \to \mathcal{M}$.
- El Algoritmo de Aceptación Diferida es un ejemplo de un mecanismo.
- Un mecanismo es **no manipulable (strategy-proof)** si revelar las verdaderas preferencias es una estrategia débilmente dominante (i.e. una mejor acción sin importar lo que los demás hagan) para cada agente.

Aceptación Diferida (AD) es manipulable

- Sea $M = \{m_1, m_2\}$, $H = \{h_1, h_2\}$. Las preferencias están dadas por:

$$\begin{aligned} P_{m_1} &: h_1, h_2 \\ P_{m_2} &: h_2, h_1 \\ P_{h_1} &: m_2, m_1 \\ P_{h_2} &: m_1, m_2 \end{aligned}$$

- Cuando todos reportan las verdaderas preferencias, Aceptación Diferida produce $\mu = \{(m_1, h_1), (m_2, h_2)\}$.
- Cuando h_1 reporta $P'_{h_1} : m_2$, Aceptación Diferida produce $\mu' = \{(m_2, h_1), (m_1, h_2)\}$.
- Mintiendo acerca de sus preferencias, el hospital h_1 se encuentra mejor ya que $\mu'(h_1)\ P_{h_1}\ \mu(h_1)$.
- Finalmente, Aceptación Diferida es manipulable.

Teorema de Imposibilidad

- Aceptación Diferida es manipulable, es decir, algunos agentes tienen incentivos a no decir la verdad.
- Desafortunadamente, no se puede solucionar este problema utilizando otro mecanismo estable.

Teorema (Roth, 1982; Roth y Sotomayor, 1990)

No existe un mecanismo estable y no manipulable.

- Un mecanismo es estable si, dado un reporte de preferencias, siempre genera una asignación estable.

Prueba del Teorema de Imposibilidad

Considere nuevamente un mercado con 2 médicos y 2 hospitales con preferencias P dadas por:

$$\begin{aligned} P_{m_1} &: h_1, h_2 \\ P_{m_2} &: h_2, h_1 \\ P_{h_1} &: m_2, m_1 \\ P_{h_2} &: m_1, m_2 \end{aligned}$$

- En este mercado hay 2 asignaciones estables: $\mu = \{(m_1, h_1), (m_2, h_2)\}$ y $\mu' = \{(m_1, h_2), (m_2, h_1)\}$.
- Sea que φ es un mecanismo estable. Suponga que $\varphi(P) = \mu$. Si h_1 reporta $P'_{h_1} : m_1$, entonces μ' es la única asignación a partir de las preferencias reportadas $P' = (P'_{h_1}, P_{-h_1})$. Ya que φ es estable, entonces $\varphi(P') = \mu'$. Note que h_1 se beneficia al mentir acerca de sus preferencias.
- De forma similar, si $\varphi(P) = \mu'$, el médico m_2 puede reportar $P'_{m_2} : h_2$ y beneficiarse del mecanismo estable si miente.

AD es no manipulable para un lado del mercado

Teorema (Dubins y Freedman, 1981; Roth, 1982)

El algoritmo AD cuando los médicos se proponen es no manipulable para los médicos. Es decir, decir la verdad es una estrategia dominante para cada médico.

- Intuitivamente, los médicos no son castigados por aplicar a sus hospitales preferidos.

Mercado de asignaciones muchos-a-uno

- Todo es igual que antes, excepto que:
  - Cada hospital tiene una **cuota c_h** de puestos de trabajo.
  - Un conjunto de médicos $M' \subseteq M$ es **factible** para $h \in H$ si $|M'| \leq c_h$.
  - Supuesto: las preferencias de los hospitales sobre conjuntos factibles de médicos **responden a las preferencias individuales**:
    - Si $m \notin M' \subseteq M$ y $|M'| < c_h$, entonces $(M' \cup m)\ P_h\ M' \iff m\ P_h\ \emptyset$.
    - Si $m \notin M' \subseteq M$ y $m' \in M'$, entonces $((M' \backslash m') \cup m)\ P_h\ M' \iff m\ P_h\ m'$.
- Una asignación es una correspondencia $\boldsymbol{\mu} : M \cup H \rightrightarrows M \cup H \cup \{\emptyset\}$ tal que
  1. $\mu(m) \in H \cup \{\emptyset\}$.
  2. $\mu(h) \subseteq M$ (cada hospital es asignado un grupo de médicos factibles $|\mu(h)| \leq c_h$).
  3. $\mu(m) = h \iff m \in \mu(h)$, para cada $m \in M$ y cada $h \in H$.

Existe asignación estable muchos-a-uno

- Un agente $i \in I$ **bloquea** (unilateralmente) una asignación $\boldsymbol{\mu}$ si su pareja asignada $\mu(i)$ no es aceptable, es decir, $\emptyset \ P_i \ \mu(i)$.

- Una pareja (m, h) **bloquea** una asignación μ en la cual $m \notin \mu(h)$ si: $h \ P_m \ \mu(m)$ y

  1. $[|\mu(h)| < c_h \ \text{ y } \ m \ P_h \ \emptyset] \Rightarrow (\mu(h) \cup m) \ P_h \ \mu(h)$, **ó**
  2. $[\text{existe } m' \in \mu(h) \text{ tal que } m \ P_h \ m'] \Rightarrow ((\mu(h) \backslash m') \cup m) \ P_h \ \mu(h)$.

- Una asignación μ es estable si no existe un agente o un par de agentes que bloquee la asignación.

Teorema (Gale y Shapley, 1962, Roth y Sotomayor, 1990)

Existe una asignación estable para cada mercado de asignaciones muchos-a-uno.

Prueba Asignación estable muchos-a-uno

- Una prueba simple: piense que cada hospital h son c_h hospitales diferentes con cuota 1. Luego, el teorema para asignaciones uno-a-uno aplica.
- Se puede generalizar el mecanismo de Aceptación Diferida:

Paso 1: (a) Cada médico "aplica" a su primera opción entre los hospitales aceptables.
(b) Cada hospital admite provisionalmente los médicos preferidos aceptables hasta completar su cuota y rechaza el resto.

Paso $t \geq 2$:
(a) Cada médico rechazado en el paso $(t-1)$ aplica a la siguiente opción aceptable más alta.
(b) Cada hospital considera los nuevos aplicantes aceptables y aquellos admitidos provisionalmente. Admite provisionalmente los médicos preferidos hasta completar su cuota y rechaza el resto.

Terminación: Pare si no existen hospitales a los que aplicar.

Muchos resultados se cumplen en mercados muchos-a-uno

- Ya que se puede pensar en un hospital h como si fuera c_h hospitales diferentes con cuota 1, muchos de los resultados de un mercado uno-a-uno aplican a mercados muchos-a-uno.

    1. Cuando se proponen los médicos/hospitales, Aceptación Diferida resulta en la asignación médico/hospital-óptima.
    2. Teorema del hospital rural: todos los hospitales llenan el mismo numero de puestos a través de asignaciones estables. Cualquier estudiante que permanezca no asignado en una asignación estable, permanece no asignado en todas las asignaciones estables.

Algunos resultados fallan en mercados muchos-a-uno

1. No existe un mecanismo estable y no-manipulable para los hospitales. En particular, incluso Aceptación Diferida cuando los hospitales se proponen es manipulable por los hospitales.
2. Por el contrario, cuando los médicos se proponen, Aceptación Diferida es no manipulable por los médicos.
3. Los hospitales se pueden beneficiar de mentir acerca de sus verdaderas cuotas. Sönmez (1997) muestra que no existe un mecanismo estable que sea inmune a mentiras acerca de las cuotas.

Servicio Social Obligatorio (SSO)

- El Servicio Social Obligatorio (*año rural*) se puede modelar como un mercado de asignaciones bilaterales muchos-a-uno.
- Agentes: Médicos y Hospitales (con múltiples puestos de trabajo o *plazas rurales*).
- Desde 2006, los médicos superan el total de puestos de trabajo.
- ¿Quién debe prestar el servicio obligatorio? Se determina a partir de un sorteo regional (Mecanismo SSO). Considerado un mecanismo de asignación justo (Igual probabilidad de ser asignado a hospitales de una región o exonerado).
- Problemas con los resultados del sorteo:
    1. Médicos no aceptan (renuncian) al *año rural* en hospitales asignados. (Gaviria et. al., 2011)
    2. En 2012, muchos médicos exonerados luego de inscripciones masivas en departamentos con pocas plazas. (Villa et. al., 2011; Correa, 2013).

Mecanismos de Asignación No Determinísticos

- Literatura de asignaciones bilaterales estudia mercados (centralizados) que usan mecanismos que procesan listas de preferencias.
  Ejemplos: estudiantes a escuelas públicas (Abdulkadiroglu, Pathak y Roth, 2005) y médicos a residencias (Roth, 1985; Roth y Peranson, 1999; Kamada y Kojima, 2012).
- Pais (2008), estos mecanismos son determinísticos: sus resultados dependen de las preferencias y no de elementos de azar.
- Klaus y Klijn (2006), resultados de mecanismos determinísticos (estables) favorecen a un lado del mercado.
  Procesos aleatorios pueden recuperar alguna noción de justicia.
- Estudio de mecanismos no determinísticos se ha concentrado en mercados unilaterales (Abdulkadiroglu y Sönmez, 1998; Bogomolnaia y Moulin, 2001).

Mercado muchos-a-uno con información cardinal

- Todo es igual, excepto que los agentes está dotados de funciones de utilidad para representar sus preferencias y se supone que todos los agentes son aceptables.
- El conjunto de asignaciones determinísticas es $\mathcal{M}$.

$$p = \begin{bmatrix} p_{m_1,h_1} = \frac{2}{3} & p_{m_1,h_2} = \frac{1}{3} \\ p_{m_2,h_1} = \frac{2}{3} & p_{m_2,h_2} = \frac{1}{3} \\ p_{m_3,h_1} = \frac{2}{3} & p_{m_3,h_2} = \frac{1}{3} \end{bmatrix} \Longrightarrow \boxed{1}$$

$$p = \begin{bmatrix} p_{m_1,h_1} = \frac{2}{3} & p_{m_1,h_2} = \frac{1}{3} \\ p_{m_2,h_1} = \frac{2}{3} & p_{m_2,h_2} = \frac{1}{3} \\ p_{m_3,h_1} = \frac{2}{3} & p_{m_3,h_2} = \frac{1}{3} \end{bmatrix} \qquad \begin{matrix} \Downarrow & \Downarrow \\ \boxed{2} & \boxed{1} \end{matrix}$$

- $p_{m,h}$ es la probabilidad de que m sea asignado a h.

- Una **asignación aleatoria** es una matriz de probabilidad $p = [p_{m,h}]_{m \in M,\, h \in H}$ tal que:
  - $\forall m \in M$ y $\forall h \in H$, $0 \leq p_{m,h} \leq 1$;
  - $\forall m \in M$, $\sum_{h \in H} p_{m,h} = 1$; y
  - $\forall h \in H$, $\sum_{m \in M} p_{m,h} = c_h$.
- La asignación de m es $p_m = (p_{m,h})_{h \in H}$. $\mathcal{A}$ es el conjunto de asignaciones aleatorias.
- p es una asignación determinística si $p_{m,h} \in \{0, 1\}$ para todo m y h.

- Una **lotería** es una distribución de probabilidad $\alpha = (\alpha_\mu)_{\mu \in \mathcal{M}}$ sobre $\mathcal{M}$. $\Delta(\mathcal{M})$ es el conjunto de loterías.
- α **induce** una asignación aleatoria $p^\alpha = [p^\alpha_{m,h}]_{m \in M,\, h \in H}$ tal que $\forall m \in M$ y $\forall h \in H$,

$$p^\alpha_{m,h} = \sum_{\mu \in \mathcal{M}\,:\, m \in \mu(h)} \alpha_\mu .$$

Teorema 1. (Birkhoff, 1946; Von Neumann, 1953; Kesten y Ünver, 2013).

Para cada asignación $p \in \mathcal{A}$, existe una lotería $\alpha \in \Delta(\mathcal{M})$ que induce p, es decir, $p = p^\alpha$.

- Cada médico m tiene una función U_m de vN–M sobre $\mathcal{A}$. Para cada $p \in \mathcal{A}$,

$$U_m(p) = \sum_{h \in H} u_m(h) \cdot p_{m,h} .$$

- Un **mecanismo** φ selecciona una asignación dado un mercado, es decir, $\varphi : u \to \mathcal{A}$.

Estabilidad

- (m, h) bloquea $\mu \in \mathcal{M}$ si:
  1. $u_m(h) > u_m(\mu(m))$ y
  2. $[|\mu(h)| < c_h$ y $u_h(m) > u_h(\emptyset)]$ o $[\exists m' \in \mu(h)$ tal que $u_h(m) > u_h(m')]$.
- $\mu \in \mathcal{M}$ es **estable** si $\nexists (m, h)$ que bloquee.
- $\mu_M \in S(u)$ es **médico-óptima** si $\forall m \in M$ y $\forall \mu \in S(u)$,

$$u_m(\mu_M(m)) \geq u_m(\mu(m)).$$

- $p \in \mathcal{A}$ es **estable ex-post** si $\exists \alpha \in \Delta(\mathcal{M})$ tal que $Sop(\alpha) \subseteq S(u)$ y $p = p^{\alpha}$. (Kesten y Ünver, 2013)

No Manipulación

- φ es un **mecanismo no manipulable** si $\forall u$, $\forall i \in M \cup H$ y $\forall u'_i$,

$$U_i(\varphi(u_i, u_{-i})) \geq U_i(\varphi(u'_i, u_{-i})).$$

- φ es un **mecanismo médico-no manipulable** si $\forall u$, $\forall m \in M$, y $\forall u'_m$,

$$U_m(\varphi(u_m, u_{-m})) \geq U_m(\varphi(u'_m, u_{-m}))$$

$$\sum_{h \in H} u_m(h) \cdot \varphi(u)_{m,h} \geq \sum_{h \in H} u'_m(h) \cdot \varphi(u)_{m,h}.$$

Mecanismo SSO, φ^{sso}

Médicos	Hospitales	
$u_{m_1}(h_1) > u_{m_1}(h_2)$	$u_{h_1}(m_1) > u_{h_1}(m_2) > u_{h_1}(m_3) > u_{h_1}(m_4)$	$C_{h_1} = 2$
$u_{m_2}(h_1) > u_{m_2}(h_2)$	$u_{h_2}(m_3) > u_{h_2}(m_2) > u_{h_2}(m_1) > u_{h_1}(m_4)$	$C_{h_2} = 2$
$u_{m_3}(h_1) > u_{m_3}(h_2)$		
$u_{m_4}(h_2) > u_{m_3}(h_1)$		

- Dos regiones: r_1 y r_2. $h_1 \in H_{r_1}$, $h_2 \in H_{r_2}$ y $H = H_{r_1} \cup H_{r_2}$.
- Los médicos $m_1, m_2, m_3 \in M_{r_1}$ y $m_4 \in M_{r_2}$.
- En r_1 se crea hospital $\hat{h}$ con cuota 1 y en r_2 se crea médico $\hat{m}$.
- Para $m, m' \in M_{r_1}$,

$$\varphi^{sso}(u)_{m'} = \varphi^{sso}(u)_m =$$

$$(\varphi^{sso}(u)_{m,h_1} = \frac{2}{3}, \varphi^{sso}(u)_{m,h_2} = 0, \varphi^{sso}(u)_{m,\hat{h}} = \frac{1}{3}).$$

- Sea $u_{m_1}(h_1) = 4, u_{m_1}(h_2) = 3, u_{m_1}(\hat{h}) = 0 \Rightarrow U_{m_1}(\varphi^{sso}(u)) = \frac{8}{3}$.

Otros Mecanismos

- Mecanismos Estables ex-post:
  - Asignación por Lotería (AL). (Aldershof, Carducci y Lorenc, 1999; Klaus y Klijn, 2006)
  - Orden Aleatorio (OA). (Roth y Vande Vate, 1990; Ma, 1996; Klaus y Klijn, 2006).
- Mecanismos Eficientes ex-post:
  - Dictador Serial para Médicos (DSM).
- AL, OA y DSM generan loterías (i.e. distribuciones sobre asignaciones determinísticas). El Mecanismo SSO genera asignaciones.

Resultados

- El mecanismo SSO no es estable (ex-post), no es eficiente (ex-post) y es manipulable (Prop 1 - 3).
- No existe un mecanismo no-manipulable y estable ex-post (Teo. 2).
- Solo existe un mecanismo estable (ex-post) y médico-no-manipulable. Dicho mecanismo es determinístico (Teo. 3).
- Existe un mecanismo no-manipulable y eficiente ex-post, i.e. Dictador Serial para Médicos (Teo. 4).

Gracias !