

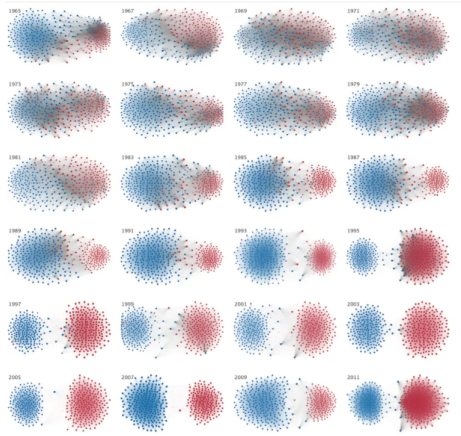
# Homofilia y coevolución de redes y opiniones

María Camila Peñaloza Rojas

Universidad de los Andes  
Febrero 2022

# Introducción

Creciente polarización política en diferentes sociedades actuales.



Andris, Lee, Hamilton, Martino, Gunning, and Selden, "The Rise of Partisanship and Super-Cooperators in the U.S. House of Representatives"

# Introducción

- Modelos de intercambio de información y formación de opiniones basados en el modelo de [DeGroot, 1974].
- Por medio del estudio de la coevolución de las redes y las opiniones se ha estudiado mecanismos de formación de polarización: *Homofilia*.
- [Huber and Malhotra, 2017] y [Boutyline and Willer, 2017] estudian la homofilia de ideología política en diferentes contextos.

# Introducción

- ¿Cómo es la coevolución de la estructura de la red y de las opiniones de los agentes, dado que los agentes actualizan sus relaciones de forma homofílica?

# Introducción

- Estudio computacional
- Modelo de formación de opinión y de estructura social basado en De Groot.
- Supuesto principal: Homofilia.





## Interacciones sociales y homofila

- En cada periodo se escoge un enlace  $(a, v)$  del conjunto de enlaces  $\mathcal{E}$  que representa una pareja de agentes.
- El agente  $a$  actualizará su atención de la siguiente forma:
  - Si  $\frac{\sum_{i=1}^m |x_a(k-1) - x_{v_i}(k-1)|}{m} \geq |x_a(k-1) - x_v(k-1)|$  :
$$\theta_{a,v}(k) = (1 - \beta)\theta_{a,v}(k-1) + \beta \times 1 = (1 - \beta)\theta_{a,v}(k-1) + \beta$$
  - Si  $\frac{\sum_{i=1}^m |x_a(k-1) - x_{v_i}(k-1)|}{m} < |x_a(k-1) - x_v(k-1)|$  :
$$\theta_{a,v}(k) = (1 - \beta)\theta_{a,v}(k-1) + \beta \times 0 = (1 - \beta)\theta_{a,v}(k-1)$$
- El parámetro  $\beta \in [0, 1]$  representa la sensibilidad de los agentes a las opiniones distintas de sus vecinos.



# Interacciones sociales y homofila

- Después de actualizar su atención en  $v$ , el agente  $a$  actualizará su opinión de la siguiente forma:

$$x_a(k) = \theta_{a,v}(k)x_v(k-1) + (1 - \theta_{a,v}(k))x_a(k-1).$$

# Simulaciones

La mayoría de experimentos se hacen con:

- un grafo completo de 20 agentes,
- tiempo final  $k = 150,000$ ,
- la probabilidad de escoger un enlace es uniforme.

# Simulaciones

Se establecieron ensambles de la siguiente forma:

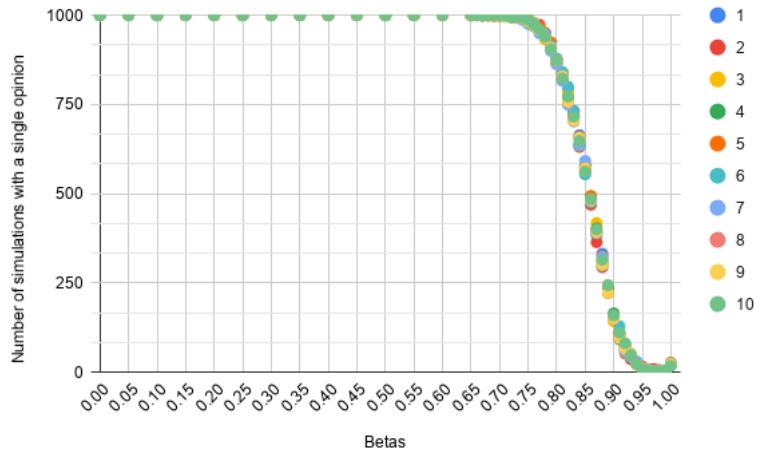
- 1 Se generan 1,000 vectores de opiniones y de secuencias aleatorias de los enlaces, emparejándolos para obtener 1,000 condiciones iniciales
- 2 Se simulan esas condiciones iniciales para ciertos valores de  $\beta$  y se cuenta cuantas de esas simulaciones llegaron al **consenso** en el último periodo a **5 cifras significativas**.

## Existencia del $\beta_{crítico}$

Se definió un umbral del  $\beta$  determinado por una transición de fase no lineal en al probabilidad de consenso:

- Si  $\beta > \beta_{crítico} \rightarrow \mathbb{P}(\text{Hay consenso en la sociedad}) < 0.5$
- Si  $\beta < \beta_{crítico} \rightarrow \mathbb{P}(\text{Hay consenso en la sociedad}) > 0.5$

# Existencia del $\beta_{crítico}$

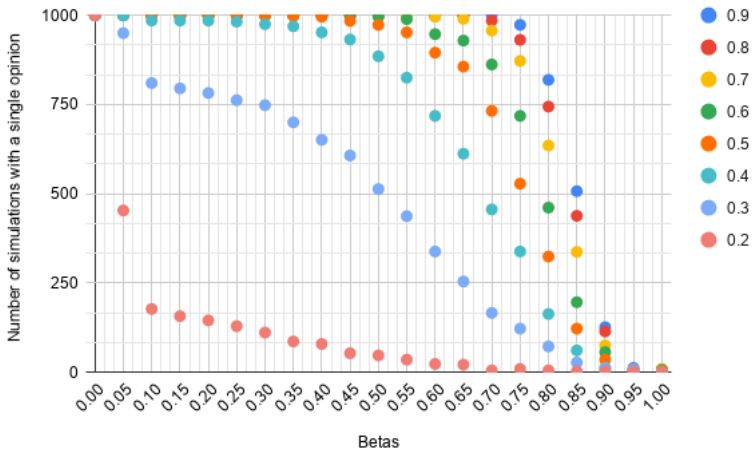


## Existencia del $\beta_{crítico}$

- La desconexión de la red de atención se da cuando en el límite los agentes no se ponen atención.
- Por más de que en un tiempo  $k$ , la atención entre dos agentes sea cercana a 0, nunca es 0 a excepción de  $\beta = 1$ .
- No hay comunidades completamente desconectadas y, no necesariamente, comunidades distintas tienen opiniones distintas.

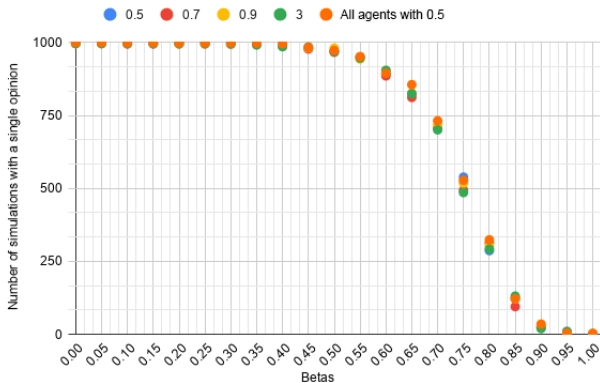
# Conectividad de la red: Probabilidad de generar un enlace

Cambios en la conectividad de la red:



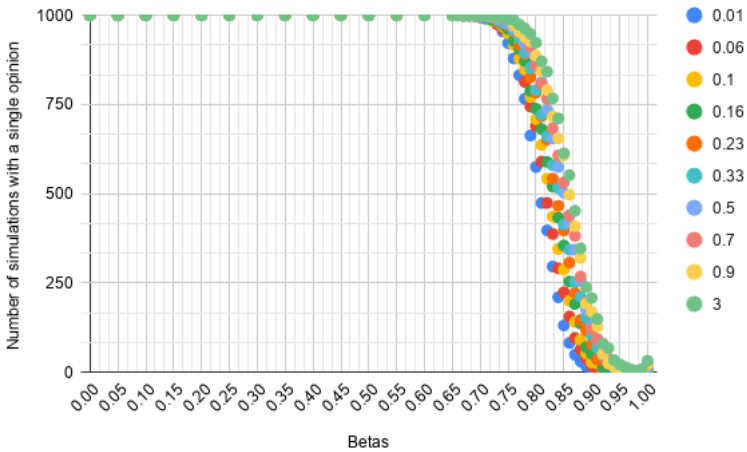
# Conectividad de la red: Probabilidad de generar un enlace

Luego estudiamos diferentes varianzas en la probabilidad de generar enlaces:



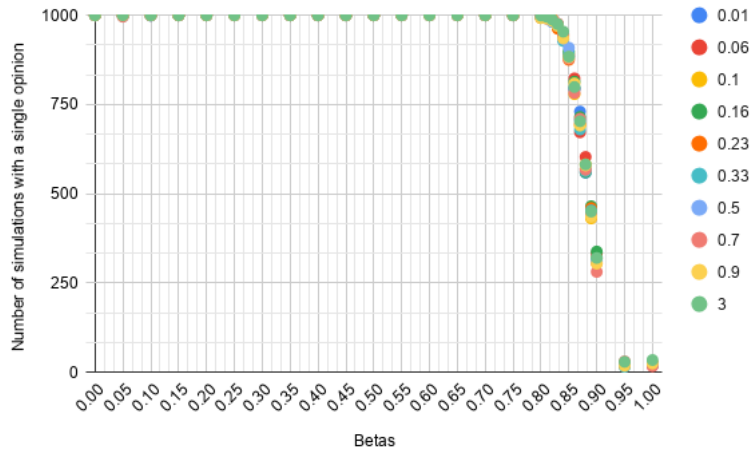


# Varianza de opiniones iniciales



# Varianza de las atenciones iniciales

## Cambio en la varianza de las atenciones iniciales



## Atenciones acotadas

En este experimento, las atenciones iniciales dependen de las opiniones y una cota  $\tau \in (0, 1]$ :

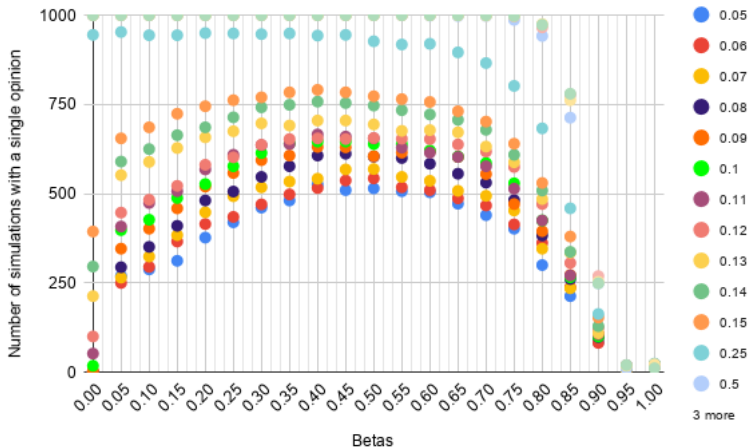
- Si  $|x_v(0) - x_w(0)| \leq \tau$ :

$$\theta_{v,w}(0) = 1 - |x_v(0) - x_w(0)|$$

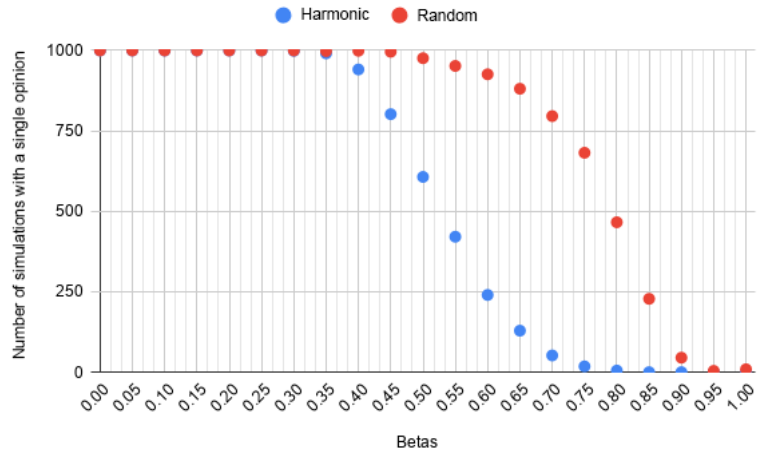
- Si  $|x_v(0) - x_w(0)| > \tau$ :

$$\theta_{v,w}(0) = 0$$

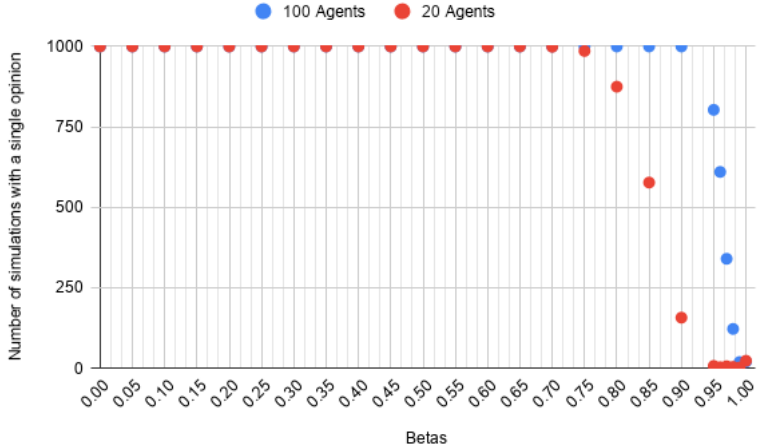
# Atenciones acotadas



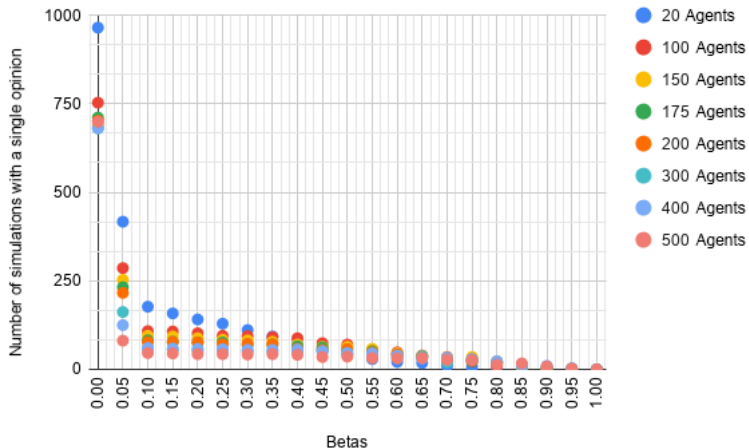
# Estructura inicial de la red



# Más agentes



# Más agentes



## Actualización simultánea

- i) En cada tiempo  $k$  se genera una matriz  $\Gamma(k)$  cuyas entradas  $\gamma_{i,j}(k)$  son el resultado de la actualización de la atención del agente  $i$  al agente  $j$ , en el modelo sería  $\theta_{i,j}(k)$ .
- ii) Se normaliza cada fila de  $\Gamma(k)$  para obtener una matriz estocástica. Se divide cada  $\gamma_{i,j}(k)$  por el total de vecinos del agente  $i$  y la entrada

$$\gamma_{i,i}(k) = 1 - \sum_{j \neq i \in V} \gamma_{i,j}(k)$$

- iii)  $\Theta(k) \leftarrow \Gamma(k)$ .
- iv) Se multiplica  $\Theta(k)$  y el vector de opiniones  $X(k-1)$  para encontrar el nuevo vector de creencias  $X(k)$  como en el modelo de De Groot.



# Actualización simultánea

- Tiempo de convergencia es menor.
- Experimento en los cuales el proceso de formación de opinión es mucho más rápido que el proceso de desconexión
  - 1 Opiniones aleatorias y atenciones iniciales en 0.5
  - 2 Tiempo final  $k = 500$ .
  - 3 Hay agentes que se desconectan algunos periodos, pero no siguen desconectados durante toda la simulación.
  - 4 Cuando se varía la probabilidad de generar enlace, en algunos casos se forma una comunidad central que los demas agentes en la red le ponen atención.

## Reaccionando negativamente a creencias diferentes

En esta extensión del modelo se tiene que  $\theta_{a,v}(k) \in [-1, 1]$  y el proceso de actualización de atenciones cambia a:

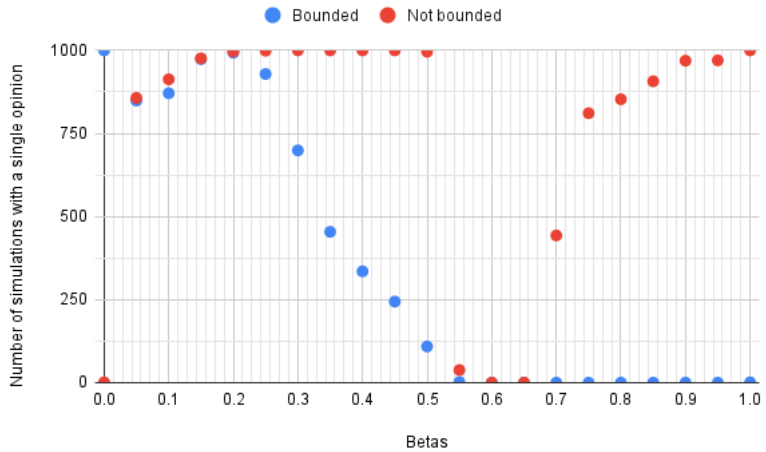
- If:  $\frac{\sum_{i=1}^m |x_a(k-1) - x_{v_i}(k-1)|}{m} \geq |x_a(k-1) - x_v(k-1)|$

$$\theta_{a,v}(k) = (1 - \beta)\theta_{a,v}(k-1) + \beta$$

- If:  $\frac{\sum_{i=1}^m |x_a(k-1) - x_{v_i}(k-1)|}{m} < |x_a(k-1) - x_v(k-1)|$

$$\theta_{a,v}(k) = (1 - \beta)\theta_{a,v}(k-1) - \beta$$

# Reaccionando negativamente a creencias diferentes



## Reaccionando negativamente a creencias diferentes

- El umbral del  $\beta$  disminuyó.
- Es más probable la polarización de la sociedad.
- Reaccionar negativamente a opiniones disímiles permite incrementar la distancia entre las opiniones de los agentes: sesgo de confirmación.
- El  $\beta$  conlleva a una radicalización de la sociedad.

## Construcción inicial

- Data de twitter del congreso colombiano entre julio del 2020 y julio del 2021.
- Se utilizan opiniones sobre el manejo del gobierno central de Colombia y de sus las políticas sobre la pandemia y la Covid-19.
- El **objetivo** es estimar la función de densidad del promedio de la opinión social en el último periodo, y calibrar el  $\beta$  que le asigne más densidad al promedio real.

## Construcción inicial

- Se extrajeron tweets y retweets desde julio 2020 hasta julio 2021 hechos por los congresistas colombianos, un total de 324,732 tweets.
- Se normalizaron las semanas de 0 a 53.
- Se separaron los retweets (133,971) de cada agente para contruir la red de atenciones por semana de la siguiente manera:

$$\theta_{i,j}(k) = \frac{\# \text{ retweets del agente } i \text{ del agente } j \text{ en el periodo } k}{\# \text{ retweets del agente } i \text{ en el periodo } k}$$

## Construcción inicial

- Se separaron los tweets y retweets que contenían las palabras *Covid* y *pandemia*.
- De esa submuestra se separaron los que contenían las palabras *gobierno* y *Duque*, para un total de 3584 tweets.
- Se catalogaron los tweets dependiendo de si estaban de acuerdo o no con las políticas y medidas del gobierno, 1 a favor, 0 neutral y -1 en contra.
- La opinión de cada agente por semana se contruyó a partir del promedio de las opiniones que tuvo en esa semana, llevándolas al intervalo  $[0,1]$ .

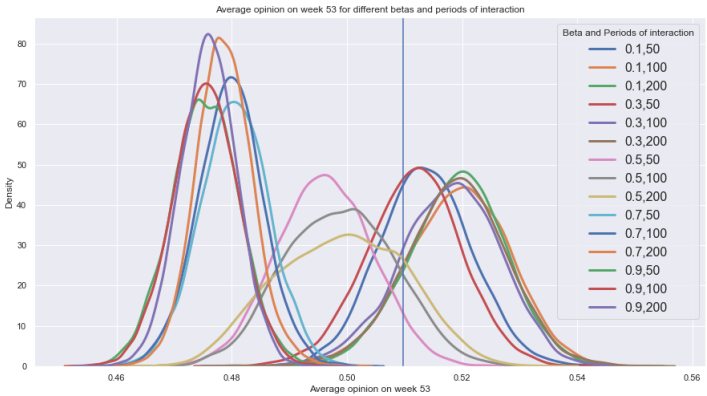
## Construcción inicial

- Del proceso anterior 42 agentes quedaron con opinion inicial. Para construir la opinión inicial de otros 155 agentes clasificamos las opiniones de 7 semanas anteriores a julio y repetimos el proceso anterior, catalogando estas semanas como semana 0.
- Para los demás agentes les otorgamos el promedio ponderado de sus vecinos según la atención.
- Se redujo la red para no tener agentes tercicos, quedó con 188 agentes.
- Se completó el vector de opiniones de cada semana. Si un agente no tenía una opinión en la semana  $k$ , se le otorgaba en esa semana su opinión en la semana  $k - 1$ .

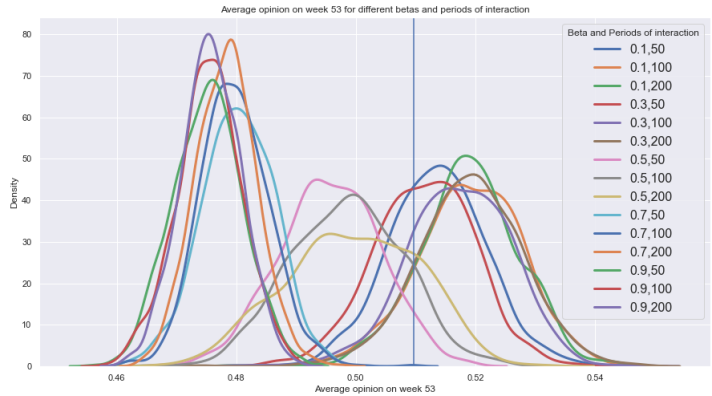




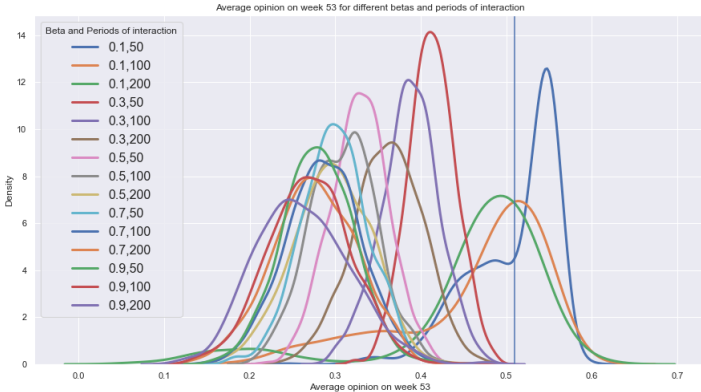
# Modelo No reactivo: Histograma suavizado de las opiniones finales a partir de 1,000 ensambles



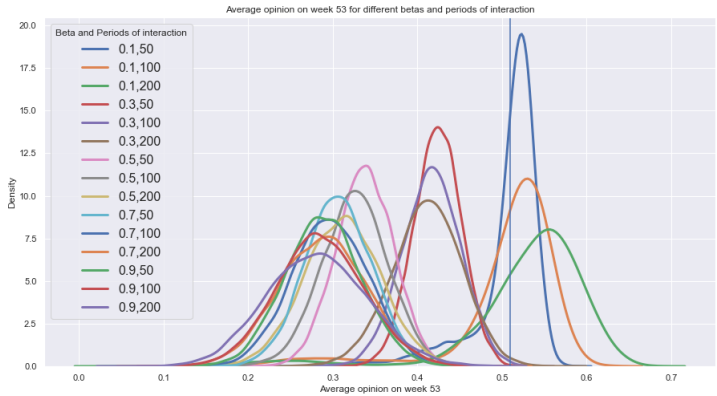
# Modelo No reactivo: Histograma suavizado de las opiniones finales a partir de 10,000 ensambles



# Modelo Reactivo: Histograma suavizado de las opiniones finales a partir de 1,000 ensambles



# Modelo Reactivo: Histograma suavizado de las opiniones finales a partir de 10,000 ensambles



# Resultados calibraciones

- Para el modelo no reactivo:  $\beta = 0.3$  con 50 interacciones
- Para el modelo reactivo:  $\beta = 0.1$  con 50 interacciones
- Los agentes casi no se prestan atención entre ellos.
- Cuando los agentes pueden reaccionar negativamente a opiniones disimiles, la sensibilidad a las opiniones diferentes puede disminuir y aun asi la sociedad llegar al polarización.

# Conclusiones

- Modelo de formación de opinión y aprendizaje social.
- Dinámicas homofílicas:
  - Primero se actualizan las atenciones.
  - Con base en el proceso anterior se actualizan opiniones.
- Se define un umbral de  $\beta$ .
- Transición no lineal de la probabilidad de consenso.

## Conclusiones

- Actualizaciones al tiempo: mayor rapidez en el proceso de formación de opinión.
- Se extiende el modelo: sesgo de confirmación,  $\beta$  fuerza que radicaliza la sociedad.
- Se calibran los dos modelos usando datos de twitter del congreso colombiano: método de máxima verosimilitud.
- Posible investigación futura: Permitir que el agente que va a actualizar su opinión lo haga teniendo cuenta la opinión de  $n$  vecinos escogidos aleatoriamente. El número de vecinos estaría dado por una distribución de Poisson.



# Referencias I

-  Acemoglu, D., Dahleh, M. A., Lobel, I., and Ozdaglar, A. (2008). Bayesian Learning in Social Networks. NBER Working Papers 14040, National Bureau of Economic Research, Inc.
-  Acemoğlu, D., Como, G., Fagnani, F., and Ozdaglar, A. (2013). Opinion fluctuations and disagreement in social networks. *Math. Oper. Res.*, 38(1):1–27.
-  Allahverdyan, A. E. and Galstyan, A. (2014). Opinion dynamics with confirmation bias. *PLoS ONE*, 9(7):e99557.

## Referencias II



Asgharpourmasouleh, A., Fattahzadeh, M., Mayerhoffer, D., and Lorenz, J. (2020).

*On the Fate of Protests: Dynamics of Social Activation and Topic Selection Online and in the Streets*, pages 141–164.

Springer International Publishing, Cham.



Baumann, F., Lorenz-Spreen, P., Sokolov, I. M., and Starnini, M. (2020).

Modeling echo chambers and polarization dynamics in social networks.

*Physical Review Letters*, 124(4).

## Referencias III



Beck, P. A., Dalton, R. J., Greene, S., and Huckfeldt, R. (2002).  
The Social Calculus of Voting: Interpersonal, Media, and  
Organizational Influences on Presidential Choices.  
*American Political Science Review*, 96(1):57–73.





Boutyline, A. and Willer, R. (2017).  
The social structure of political echo chambers: Variation in  
ideological homophily in online networks.  
*Political Psychology*, 38(3):551–569.







Boxell, L., Gentzkow, M., and Shapiro, J. M. (2017).  
Is the internet causing political polarization? evidence from  
demographics.  
(23258).

# Referencias IV

-  Charness, G. and Dave, C. (2017). Confirmation bias with motivated beliefs. *Games and Economic Behavior*, 104:1–23.
-  Chen, G., Duan, X., Friedkin, N. E., and Bullo, F. (2019). Social power dynamics over switching and stochastic influence networks. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 64(2):582–597.
-  Conover, M. D., Ratkiewicz, J., Francisco, M. R., Gonçalves, B., Menczer, F., and Flammini, A. (2011). Political polarization on twitter. In *ICWSM*.

# Referencias V

-  Deffuant, G., Neau, D., Amblard, F., and Weisbuch, G. (2000). Mixing beliefs among interacting agents. *Advances in Complex Systems*, 3:87–98.
-  DeGroot, M. H. (1974). Reaching a consensus. *Journal of the American Statistical Association*, 69(345):118–121.
-  DeMarzo, P. M., Vayanos, D., and Zwiebel, J. (2003). Persuasion Bias, Social Influence, and Unidimensional Opinions. *The Quarterly Journal of Economics*, 118(3):909–968.
-  Golub, B. and Jackson, M. O. (2010). Naive learning in social networks and the wisdom of crowds. *American Economic Journal: Microeconomics*, pages 112–149.

## Referencias VI



Golub, B. and Jackson, M. O. (2012).

How Homophily Affects the Speed of Learning and Best-Response Dynamics.

*The Quarterly Journal of Economics*, 127(3):1287–1338.



Gruzd, A. and Roy, J. (2014).

Investigating political polarization on twitter: A canadian perspective.

*Policy & Internet*, 6(1):28–45.



Hegselmann, R. and Krause, U. (2002).

Opinion dynamics and bounded confidence, models, analysis and simulation.

*Journal of Artificial Societies and Social Simulation*, 5(3):2.

## Referencias VII



Huber, G. A. and Malhotra, N. (2017).

Political homophily in social relationships: Evidence from online dating behavior.

*The Journal of Politics*, 79(1):269–283.



Jones, M. and Sugden, R. (2001).

Positive confirmation bias in the acquisition of information.

*Theory and Decision*, 50:59–99.





McPherson, M., Smith-Lovin, L., and Cook, J. M. (2001).


Birds of a feather: Homophily in social networks.

*Annual Review of Sociology*, 27(1):415–444.

## Referencias VIII




 Melguizo, I. (2018).  
Homophily and the Persistence of Disagreement.  
*The Economic Journal*, 129(619):1400–1424.

 Montgomery, J. D. (1991).  
Social networks and labor-market outcomes: Toward an economic  
analysis.  
*The American Economic Review*, 81(5):1408–1418.

 Mueller-Frank, M. (2014).  
Does one bayesian make a difference?  
*Journal of Economic Theory*, 154:423 – 452.



## Referencias IX

-  Starnini, M., Frasca, M., and Baronchelli, A. (2016). Emergence of metapopulations and echo chambers in mobile agents. *scientific reports*, 6.
-  Trusov, M., Bucklin, R. E., and Pauwels, K. (2009). Effects of word-of-mouth versus traditional marketing: Findings from an internet social networking site. *Journal of Marketing*, 73(5):90–102.
-  Ye, M., Liu, J., Anderson, B. D. O., Yu, C., and Başar, T. (2017). On the analysis of the degroot-friedkin model with dynamic relative interaction matrices.